



Микрооптические гироскопы на основе резонаторов мод шепчущей галереи

Ю. В. Филатов, А. С. Кукаев, В. Ю. Венедиктов,
А. А. Севрюгин, Е. В. Шалымов
Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия

Оптические гироскопы, такие как кольцевые лазерные и волоконно-оптические, стали основой для бесплатформенных инерциальных навигационных систем благодаря ряду преимуществ: большому диапазону измеряемых угловых скоростей, высокой стабильности масштабного коэффициента, нечувствительности к ускорению и перегрузке, меньшему времени готовности и т. д. Несмотря на успех в их разработке, такие гироскопы непригодны для использования в системах управления небольшими портативными устройствами из-за своих больших размеров и веса. Поэтому миниатюризация оптических гироскопов сейчас является актуальной задачей. Статья посвящена разработке и исследованию микрооптического гироскопа.

Ключевые слова: микрооптические гироскопы, резонаторы галереи шепчущих мод, датчик угловой скорости, взаимный сдвиг частоты

Статья получена: 31.10.2022

Статья принята: 21.11.2022

В течение последнего десятилетия основная деятельность в области разработки микрооптических гироскопов была сосредоточена на схеме устройства, основанной на использовании пассивных кольцевых одномодовых резонаторов, которые обычно изготавливаются с использованием планарных интегральных оптических технологий.

Также в качестве чувствительного элемента гироскопа вместо планарного одномодового резо-

Microoptical Gyros Based on Whispering Gallery Mode Resonators

Yu. V. Filatov, A. S. Kukaev, V. Yu. Venediktov,
A. A. Sevryugin, E. V. Shalymov
Laser Measurement and Navigation Systems Department,
St. Petersburg Electrotechnical University „LETI“
St. Petersburg, Russia

Optical gyros, such as ring laser gyros and fiber optical gyros, have become a basis for strapdown inertial navigation systems due to a number of advantages (larger dynamic range of the measured velocities; high stability of scale factor, insensitivity to linear acceleration and G-stress; smaller readiness time, etc.). Despite success in its development, ring laser and fiber optic gyros are unsuitable for using in control systems of small portable devices because of its large size and weight. Now the actual task is miniaturization of optical gyros, or development and research of microoptical gyros.

Keywords: Microoptical Gyros, Whispering Gallery Mode Resonators, angular velocity sensor, Reciprocal frequency shift

Received on: 31.10.2022

Accepted on: 21.11.2022

During the last decade main activities in the area of developing the microoptical gyro were concentrated on the scheme of device based on the use of passive ring single-mode cavities, which are usually produced with the use of planar integral optical technologies.

Whispering gallery modes resonators can be also used as the gyro sensitive element instead of planar single-mode resonator. This is due to their following properties: highest optical quality factors, small eigenmodes volume, compactness and relative ease of fabrication. In this work we consider effects arising in the whispering gallery modes resonator during its rotation and possible ways of their application as sensing element of microoptical gyro.

натора могут быть использованы резонаторы мод шепчущей галереи. Это обусловлено их полезными свойствами: высочайшей добротностью, малым объемом собственных мод, компактностью и относительной простотой изготовления.

В данной работе мы рассматриваем эффекты, возникающие в резонаторе мод шепчущей галереи при его вращении, и возможные способы их применения в качестве чувствительного элемента микрооптического гироскопа.

1. ВВЕДЕНИЕ

Миниатюризация – один из важнейших процессов, определяющих современные технологии, устройства и даже образ жизни. Если мы взглянем на историю развития гироскопов, то увидим, что механические гироскопы были изобретены раньше оптических, и их миниатюризация также была произведена раньше. МЭМС-гироскопы уже широко распространены и охватывают огромную часть рынка датчиков благодаря их использованию в БПЛА, робототехнике и даже смартфонах. Сегодня преимущества, которые позволили оптическим гироскопам занять свое место, продвигают идею разработки микрооптического гироскопа (МОГ).

Чувствительным элементом большинства МОГ является пассивный кольцевой резонатор (ПКР). Его тип определяет технологию изготовления всего прибора, потенциальную чувствительность, минимально возможные размеры и многие другие характеристики гироскопа. Таким образом, МОГ удобно классифицировать в зависимости от типа используемого ПКР (рис. 1).

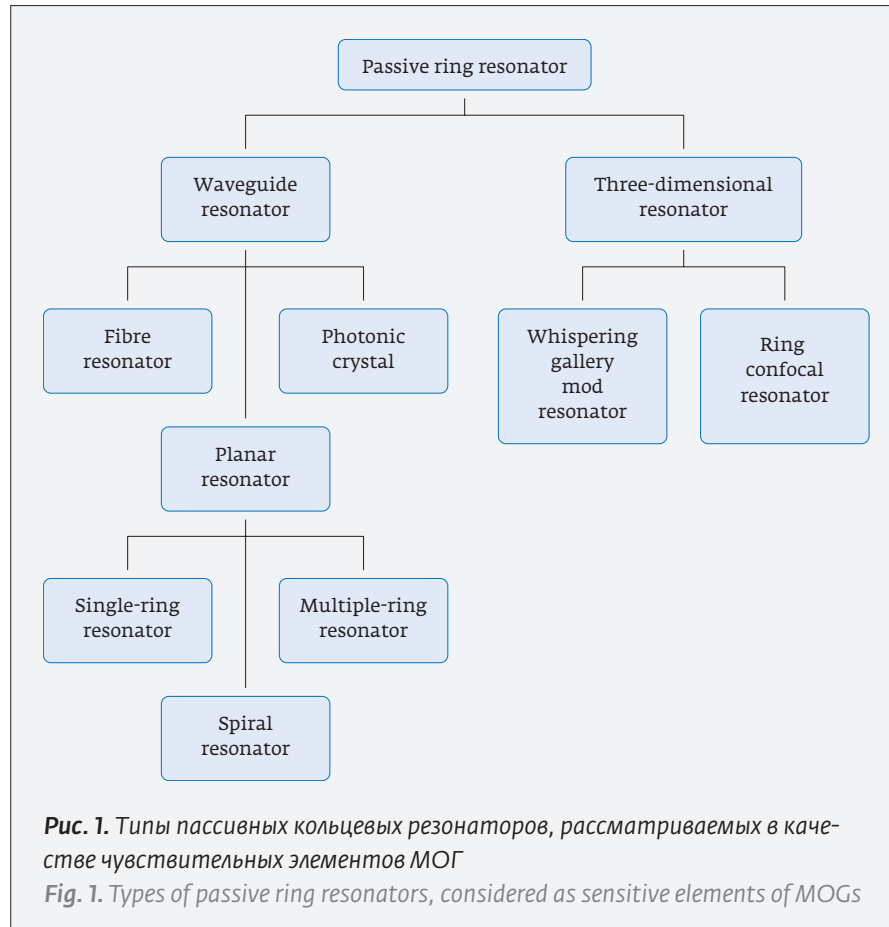
Обычно в качестве чувствительного элемента используются волноводные ПКР [1]. Чаще всего они изготавливаются из плоских волноводов. Они также могут быть изготовлены из волокна или фотонных кристаллов. В этом случае используются только одномодовые волноводы. Как и во всех оптических гироскопических системах, использование многомодовых волноводов невозможно из-за дисперсии

1. INTRODUCTION

Miniaturization is one of the crucial processes that determines modern technologies, devices and even the lifestyle. If we have a glance at the history of gyroscope evolution, we can see that mechanical gyros were invented prior to the optical ones and their miniaturization was performed earlier as well. MEMS gyros are already widespread and cover the huge part of the sensors market owing to its usage in UAVs, robotics, and even smartphones. However, advantages that made optical gyros to take its place are pushing forward the idea of designing a microoptical gyro (MOG).

The sensing element of most MOGs is a passive ring resonator (PRR). Its type determines the manufacturing technology of the entire instrument, the potential sensitivity, the minimum possible dimensions and many other characteristics of the gyroscope. Therefore, MOGs are conveniently classified based on the type of PRR used (see Fig. 1).

Usually waveguide PRRs are used as a sensitive element. Most often they are made of planar waveguides. They can also be made of fibre or photonic crystals. In this case, only single-mode waveguides



мод. По той же причине нельзя использовать обычные открытые резонаторы. Хотя возможно использование одного из специфических подвидов – конфокальных кольцевых резонаторов [2]. Отдельное место занимают гироскопы, построенные на основе резонаторов мод шепчущей галереи (МШГ). С недавних пор они стали рассматриваться как перспективные чувствительные элементы для МОГ. Рассмотрим их более подробно.

Феномен шепчущей галереи известен уже несколько столетий благодаря различным архитектурным памятникам. Например, «Стена Эха», которая окружает внутренний двор Императорского Храма Неба в Пекине (рис. 2). Стена сделана из специального кирпича из города Линьцин, провинция Шаньдун. Эти кирпичи хорошо обработаны и имеют одинаковую структуру. Если разбить такой кирпич, то можно увидеть, что в нем практически нет пор. Такие кирпичи прекрасно отражают акустическую волну и практически не поглощают ее энергию. Явление заключается в том, что звук (шепот) распространяется по вогнутой поверхности стены, а не по кратчайшему пути.

Подобные явления наблюдаются под куполами некоторых соборов. Например, в соборе Святого Павла в Лондоне (рис. 2), где это явление было исследовано и научно описано лордом Рэлеем в XIX веке. Для его описания ученый ввел термин – мода шепчущей галереи (МШГ) [3]. Позже были также открыты оптические МШГ и разработаны соответствующие резонаторы. Обычно это диэлектрические осесимметричные резонаторы с гладкими краями, которые поддерживают МШГ за счет полного внутреннего отражения на поверхности резонатора (капиллярные, сферические, тороидальные, дисковые, кольцевые и резонаторы типа «бутылочное горлышко») [4]. Оптические резонаторы МШГ характеризуются сверхвысокой добротностью (до 10^9 и более), компактными размерами (от нескольких сантиметров до нескольких микрон) и ограниченным числом собственных частот. В связи с этим они рассматриваются как перспективные чувствительные элементы для раз-



Рис. 2. Стена Эха вокруг Императорского Храма Неба в Пекине (слева) и галерея шепота собора Святого Павла в Лондоне (справа)

Fig. 2. The Echo Wall around the Temple of Heaven in Beijing (left) and the whispering gallery of St. Paul's Cathedral in London (right)

are used. As in all optical gyroscopic systems, the use of multimode waveguides is impossible because of the mode dispersion. For the same reason, conventional open resonators cannot be used. Although it is possible to use one of the specific subspecies – confocal ring resonators. MOGs based on waveguide resonators are well described in [1] and on ring confocal resonators in [2]. The resonators of the whispering gallery modes stand apart. They have recently been considered as promising sensitive MOG elements. Let us consider them in more details.

The whispering gallery phenomenon has been known for several centuries due to various architectural monuments. For example, the “Echo Wall” that encircles the courtyard of the Temple of the Imperial Heavens in Beijing (Fig. 2). The wall is made of special bricks from Linqing City, Shandong Province. These bricks are well processed and have the same structure. If you break such a brick, you can see that there are practically no pores in it. Such bricks reflect the acoustic wave perfectly and absorb almost none of its energy. The phenomenon is that the sound (whisper) travels along the concave surface of the wall, and not along the shortest path.

Similar phenomena is found under the domes of some cathedrals. For example, at St. Paul's Cathedral in London (Fig. 2), where this phenomenon was investigated and scientifically described by Lord

личных компактных устройств и систем. В частности, такие резонаторы могут быть использованы для измерения угловой скорости.

2. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПО ВЗАИМНОМУ СДВИГУ ЧАСТОТЫ МОД ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ

Рассмотрим поперечное сечение резонатора МШГ (рис. 3). Предположим, что излучение вводится в резонатор и выходит из него через вспомогательный волновод, соединенный с резонатором, благодаря эффекту оптического туннелирования. Как известно, центробежные силы, вызванные вращением материальных объектов, могут приводить к их механической деформации. Это также верно для резонаторов мод шепчущей галереи. Вращение резонаторов МШГ относительно инерциального пространства вызывает изменение радиуса рабочего сечения резонатора, равное ΔR . Частоты МШГ обратно пропорциональны радиусу поперечного сечения резонатора, т. е. уменьшаются с увеличением радиуса [3]. Таким образом, под действием центробежных сил возникает взаимный (одинаковый для противоположных направлений обхода резонатора) сдвиг МШГ Δf_c (рис. 4).

Взаимный сдвиг частоты, вызванный вращением сферического резонатора МШГ вокруг оси, перпендикулярной его поперечному сечению и проходящей через его центр (вокруг главной оси чувствительности), описывается следующим уравнением [5]:

$$\Delta f_c = f_m - f_{m,cw} = f_m - f_{m,ccw} = \frac{f_m \cdot \Delta R}{R_0} = K_c \Omega^2 = \frac{R_0^2 f_m \rho (17 + (6 - 5\nu)\nu)}{30G(1 + \nu)(7 + 5\nu)} \Omega^2, \quad (1)$$

где $f_{m,cw}$ и $f_{m,ccw}$ – частоты МШГ волн, проходящих через резонатор по часовой стрелке и против часовой стрелки соответственно; f_m – частота МШГ стационарного резонатора; R_0 – радиус рабочей секции стационарного резонатора; K_c – масштабный коэффициент эффекта; ρ – плотность резонатора; ν – коэффициент Пуассона; G – модуль Юнга.

Понятно, что масштабный коэффициент K_c определяется не только свойствами материала резонатора и его размером, но и зависит от его формы. При использовании резонаторов МШГ другой формы (например тороидальных) уравнение (1) несколько изменяется, но сохраняется квадратичная зависимость сдвига Δf_c от угловой скорости Ω и радиуса рабочего сечения R_0 .

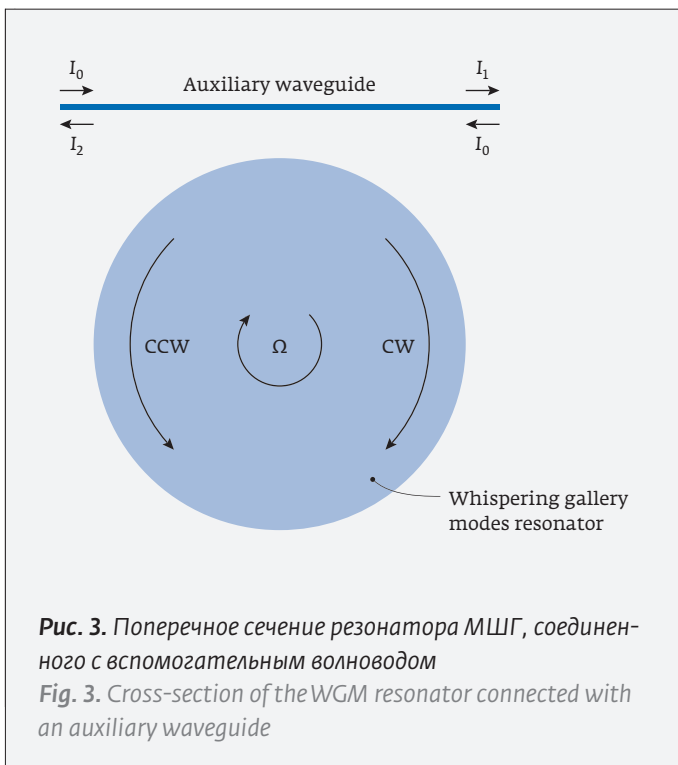


Рис. 3. Поперечное сечение резонатора МШГ, соединенного с вспомогательным волноводом

Fig. 3. Cross-section of the WGM resonator connected with an auxiliary waveguide

Rayleigh in the 19th century. For its description, the scientist has introduced the term – Whispering Gallery Mode (WGM) [3]. Later, optical WGMs were also discovered and corresponding resonators were developed. Usually these are dielectric axially symmetric

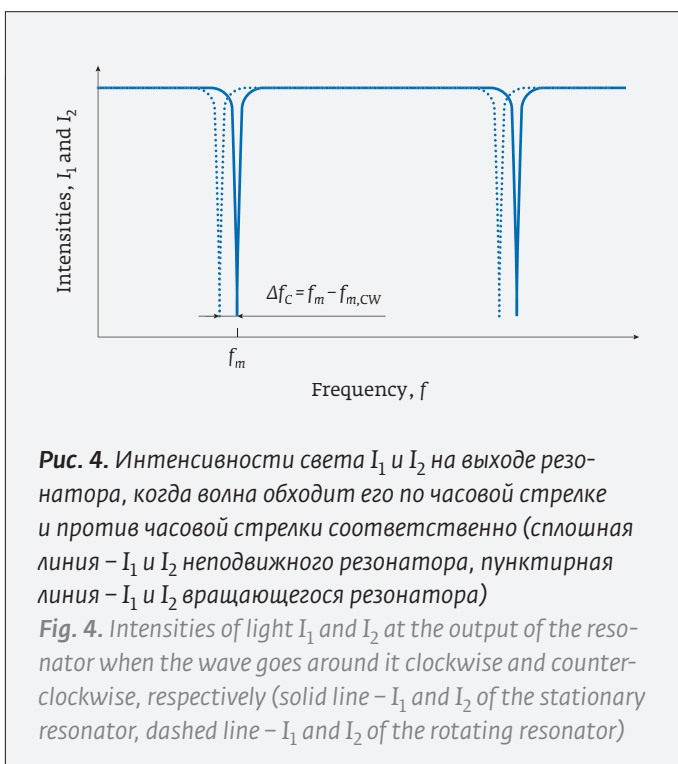


Рис. 4. Интенсивности света I_1 и I_2 на выходе резонатора, когда волна обходит его по часовой стрелке и против часовой стрелки соответственно (сплошная линия – I_1 и I_2 неподвижного резонатора, пунктирная линия – I_1 и I_2 вращающегося резонатора)

Fig. 4. Intensities of light I_1 and I_2 at the output of the resonator when the wave goes around it clockwise and counter-clockwise, respectively (solid line – I_1 and I_2 of the stationary resonator, dashed line – I_1 and I_2 of the rotating resonator)

Описанный эффект может быть использован для измерения угловой скорости. Понятно, что чем тяжелее и мягче резонатор, тем заметнее эффект. При использовании резонаторов, изготовленных из мягких полимеров, описанный эффект может преобладать над другими эффектами, вызывающими сдвиг частоты МШГ [6]. Например, рассмотрим сферический резонатор МШГ, изготовленный из полидиметилсилоксана с 1/60 частью отвердителя (60 : 1 ПДМС) со следующими параметрами: $R_0 = 0,5$ мм; $\rho = 960$ кг/м³; $\nu = 0,49$; $G = 1000$ Па. Предположим, что свет частота f_m составляет около $2 \cdot 10^{14}$ Гц (что соответствует длине волны в вакууме около 1,5 мкм). Согласно уравнению (1), взаимный сдвиг частоты Δf_c будет соответствовать графику на рисунке 5. Таким образом, если частота f_m известна, то, сканируя резонатор по частоте, можно определить взаимный сдвиг МШГ Δf_c и вычислить соответствующую угловую скорость.

3. ПРОБЛЕМЫ, СВЯЗАННЫЕ С ИЗМЕРЕНИЕМ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПО ВЗАИМНОМУ СДВИГУ ЧАСТОТЫ МОД ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ, И ИХ РЕШЕНИЕ

3.1. Влияние факторов внешней среды

Существует несколько проблем, которые усложняют измерение угловой скорости по взаимному смещению МШГ. Например, влияние различных внешних факторов (температура, давление и т. д.) на радиус рабочего сечения резонатора. Это приводит к паразитному взаимному сдвигу частоты, который трудно отличить от Δf_c . Эта проблема может быть решена путем перехода к измерению угловой скорости по расщеплению частот соседних МШГ с разными азимутальными индексами [7]. Известно, что при вращении резонаторов МШГ изменяется не только радиус их рабочего сечения, но и их форма. Например, сферический резонатор МШГ при вращении принимает форму эллипсоида вращения [6]. Обычно моды сферического резонатора с разными азимутальными индексами n , но одинаковыми полярными m являются вырожденными по частоте [3]. При вращении отклонение формы резонатора от сферической устраняет это вырождение. Для эллипсоида с небольшим эксцентриситетом верно следующее выражение [3]:

$$f_{m,n} = f_m \left[1 - \frac{\Delta a}{R_0} \left(2 + 3 \frac{m^2 - n^2}{m^2} \right) \right], \quad (2)$$

где Δa – отклонение меньшей полуоси эллипсоида от радиуса шара. Основываясь на уравнении (2), разность частот между соседними МШГ с разными

резонаторов с smooth edges that support WGM due to total internal reflection on the resonator surface (capillary, sphere, toroid, disk, ring, racetrack, and bottleneck resonators) [4]. Optical WGM resonators are characterized by ultra-high Q-factor (up to 10^9 and more), compact dimensions (from several centimeters to several microns), and a limited number of natural frequencies. In this regard, they are considered as promising sensitive elements for various compact devices and systems. In particular, such resonators can be used to measure angular velocity.

2. MEASURING THE ANGULAR VELOCITY FROM THE RECIPROCAL FREQUENCY SHIFT OF THE WHISPERING GALLERY MODES

Consider the cross-section of a WGM resonator (Fig. 3). Let us assume that radiation is introduced into and out of the resonator through an auxiliary waveguide connected to the resonator due to the effect of optical tunneling. As known, centrifugal forces caused by the rotation of material objects can lead to their mechanical deformation. This is also true for the resonators of the whispering gallery modes. Rotation of WGM resonators relative to the inertial space causes changes in the radius of the working section of the resonator equal to ΔR . The WGM frequencies are inversely proportional to the radius of the cross-section of the resonator, i. e. decrease with increasing radius [3]. Thus, under the action of centrifugal forces, a reciprocal (the same for opposite directions of the resonator bypass) shift WGM Δf_c arises (Figure 4).

The reciprocal frequency shift caused by the rotation of the spherical WGM resonator around the axis perpendicular to its cross-section and passing through its center (around the main axis of sensitivity) is described by the following equation [5]:

$$\begin{aligned} \Delta f_c &= f_m - f_{m,cw} = f_m - f_{m,ccw} = \\ &= \frac{f_m \cdot \Delta R}{R_0} = K_c \Omega^2 = \frac{R_0^2 f_m \rho (17 + (6 - 5\nu)\nu)}{30G(1 + \nu)(7 + 5\nu)} \Omega^2, \end{aligned} \quad (1)$$

where $f_{m,cw}$ и $f_{m,ccw}$ are the frequencies of the WGM waves bypassing the resonator clockwise and counterclockwise, respectively; f_m is the WGM frequency of the stationary resonator; R_0 is the radius of the working section of the stationary resonator; K_c is the scale factor of the effect; ρ is the resonator density; ν is Poisson's ratio; G is shear modulus.

It is clear that the scale factor K_c is determined not only by the properties of the resonator material and its size but also depends on its shape. When using WGM



азимутальными индексами (отличающимися индексом n на единицу):

$$\Delta f_E = f_{m,n+1} - f_{m,n} = 3f_m \frac{\Delta a(2n-1)}{R_0 m^2}. \quad (3)$$

Отклонение меньшей полуоси эллипсоида от радиуса сферы Δa пропорционально изменению радиуса рабочей секции ΔR резонатора МШГ. Соотношение сторон зависит от материала резонатора. Для рассмотренного выше сферического резонатора МШГ (изготовленного из 60:1 ПДМС с $\nu=0,49$) $\Delta a=2\Delta R$. Учитывая вышесказанное, преобразуем уравнение (3) следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta f_E &= f_{m,n+1} - f_{m,n} = \\ &= f_m \frac{(2n-1) R_0^2 \rho (17 + (6-5\nu)\nu)}{m^2 5G(1+\nu)(7+5\nu)} \Omega^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, в результате действия центробежных сил происходит разделение частот МШГ с разными значениями азимутальных индексов. Регистрируя разность частот между соседними МШГ, можно определить скорость вращения резонатора. Изменение параметров окружающей среды приводит к изотропному изменению радиуса резонатора и появлению соответствующего взаимного сдвига частоты МШГ, но форма резонатора сохраняется. Следовательно, при измерении угловой скорости по расщеплению соседних мод сферического резонатора с разными азимутальными индексами нет необходимости стабилизировать параметры окружающей среды. Однако описанный способ измерения угловой скорости также имеет серьезный недостаток. Сравнивая уравнения (1) и (4), легко увидеть, что расщепление частот МШГ Δf_E , вызванное центробежными силами, всегда меньше, чем взаимный сдвиг частоты Δf_C , т. е. при измерении угловой скорости по расщеплению соседних МШГ чувствительность снижается в разы M :

$$M = \frac{1}{30} \cdot \frac{5m^2}{(2n-1)} \approx \frac{m}{12}. \quad (5)$$

Для рассмотренного выше резонатора МШГ $n \approx m = 2930$ и $M \approx 244$. Используя уравнение (4), мы можем определить расщепление частоты МШГ Δf_E , наблюдаемое при $\Omega = 50$ рад/с. Это будет около 22 МГц. Тем не менее, ширина пика сферического резонатора МШГ может составлять несколько сотен кГц или меньше [3], что позволяет различать отдельные спектральные линии МШГ с раз-

резонаторов of a different shape (for example, toroidal), equation 1 changes somewhat, but the quadratic dependence of the shift Δf_C on the angular velocity Ω and the radius of the working section R_0 is preserved.

This effect can be used to measure angular velocity. It is clear that the heavier and softer the resonator, the more noticeable the effect. When using resonators made of soft polymers, the described effect can prevail over other effects causing the frequency shift of WGM [6]. For example, consider a WGM spherical resonator made of polydimethylsiloxane with 1/60 part of a hardener (60:1 PDMS) with the following parameters: $R_0 = 0.5$ mm; $\rho = 960$ kg/m³; $\nu = 0.49$; $G = 1000$ Pa. In this case, let us assume that light with a frequency f_m of about $2 \cdot 10^{14}$ Hz (corresponding to a wavelength in a vacuum of about 1.5 μ m). Based on equation 1, the reciprocal frequency shift Δf_C will correspond to the graph in figure 5. Thus, if the frequency f_m , is known (measured in advance), then by scanning the resonator by frequency, it is possible to determine the reciprocal shift Δf_C WGM and calculate the corresponding angular velocity.

3. PROBLEMS ASSOCIATED WITH MEASURING THE ANGULAR VELOCITY FROM THE RECIPROCAL FREQUENCY SHIFT OF THE WHISPERING GALLERY MODES AND THEIR SOLUTION

3.1. Influence of Environmental Factors

There are several problems that complicate the measurement of the angular velocity from the reciprocal displacement of the WGM. For example, the influence of various external factors (temperature, pressure, etc.) on the radius of the working section of the resonator. This results in a parasitic reciprocal frequency shift that is difficult to distinguish from Δf_C . This problem can be solved by passing to the measurement of the angular velocity by the splitting of the frequencies of neighboring WGMs with different azimuthal indices [7]. It is known that when WGM resonators rotate, not only the radius of their working section changes but also their shape. For example, when a spherical WGM resonator rotates, it is deformed into an ellipsoid of revolution [6]. Usually, the modes of a spherical resonator with different azimuthal indices n , but the same polar m are degenerate in frequency [3]. When rotating, the deviation of the resonator shape from the spherical removes this degeneracy. For an ellipsoid with a small eccentricity, the following expression is correct [3]:

$$f_{m,n} = f_m \left[1 - \frac{\Delta a}{R_0} \left(2 + 3 \frac{m^2 - n^2}{m^2} \right) \right], \quad (2)$$

личными азимутальными индексами в спектре резонатора и измерять угловую скорость по Δf_E .

3.2. Перекрестная чувствительность

Другой проблемой, связанной с измерением угловой скорости по взаимному смещению МШГ, является наличие паразитной перекрестной чувствительности (вдоль ортогональных осей). Поскольку ориентация оси вращения в общем случае неизвестна, чувствительность к компоненте угловой скорости, перпендикулярной главной оси чувствительности, может привести к неопределенности результатов измерений. Используя результаты расчетов компьютерных моделей, полученные методом конечных элементов, была проанализирована перекрестная чувствительность различных типов резонаторов МШГ: сферических, тороидальных, дискообразных и типа «бутылочное горлышко» [9–11].

Было определено, что величина и знак перекрестной чувствительности зависят от формы используемого резонатора МШГ. Когда сферический резонатор вращается вокруг паразитной оси чувствительности, перпендикулярной основной оси чувствительности, его рабочее сечение деформируется из окружности в эллипс. В этом случае малая ось эллипса соответствует паразитной оси чувствительности. Чем выше угловая скорость, тем больше эксцентриситет эллипса. Моделирование показало, что в этом случае путь, пройденный волнами за один оборот резонатора туда и обратно, уменьшается. Частота сферического резонатора МШГ смещена в направлении, противоположном случаю вращения вокруг главной оси чувствительности [9]. При аналогичном вращении тороидальных или дискообразных резонаторов рабочее сечение также деформируется из окружности в эллипс. В этом случае, в отличие от сферического резонатора, путь, пройденный волнами, увеличивается за один оборот резонатора. Частота торообразного и дискообразного резонаторов МШГ смещается в направлении, совпадающем с направлением сдвига, наблюдаемом при вращении вокруг главной оси чувствительности [10]. Резонаторы типа «бутылочное горлышко» отличаются от других. Они замечательны тем, что знак их перекрестной чувствительности может меняться при изменении их геометрических параметров [11]. Такие резонаторы МШГ представляют собой цилиндрический стержень с утолщением, играющим роль резонатора (рис. 6). В этом случае обе части резонатора могут быть изготовлены либо из одних и тех же, либо из разных материалов. Геометрия резонато-

where Δa is the deviation of the smallest semi-axis of the ellipsoid from the radius of the ball. Based on equation 2, the frequency difference between adjacent WGMs with different azimuthal indices (differing by the index n by one):

$$\Delta f_E = f_{m,n+1} - f_{m,n} = 3f_m \frac{\Delta a(2n-1)}{R_0 m^2}. \quad (3)$$

The deviation of the smallest semi-axis of the ellipsoid from the sphere radius Δa is proportional to the change in the radius of the WGM resonator working section ΔR . The aspect ratio depends on the resonator material. For the WGM spherical resonator considered above (made of 60:1 PDMS with $\nu=0.49$) $\Delta a=2\Delta R$. Considering this, we transform equation 3:

$$\begin{aligned} \Delta f_E &= f_{m,n+1} - f_{m,n} = \\ &= f_m \frac{(2n-1) R_0^2 \rho (17 + (6-5\nu)\nu)}{m^2 5G(1+\nu)(7+5\nu)} \Omega^2. \end{aligned} \quad (4)$$

Thus, as a result of the action of centrifugal forces, the WGM frequencies with different values of the azimuthal indices are split. By registering the frequency difference between adjacent WGMs, the rotation speed of the resonator can be determined. A change in the environmental parameters leads to an isotropic change in the resonator radius and the appearance of a corresponding reciprocal frequency shift of the WGM, but the shape of the resonator is preserved. Therefore, when measuring the angular velocity from the splitting of adjacent modes of a spherical resonator with different azimuthal indices, it is not necessary to stabilize the environmental parameters. However, the described method of measuring the angular velocity also has a serious drawback. By comparing equations 1 and 4, it is easy to see that the splitting of WGM frequencies Δf_E caused by centrifugal forces is always less than the reciprocal frequency shift Δf_C , i. e. when measuring the angular velocity from the splitting of neighboring WGMs, the sensitivity is reduced by a factor of M :

$$M = \frac{1}{30} \cdot \frac{5m^2}{(2n-1)} \approx \frac{m}{12}. \quad (5)$$

For the WGM resonator considered above, $n \approx m = 2930$ and $M \approx 244$. Using equation 4, we can determine the WGM frequency splitting Δf_E observed at $\Omega = 50$ rad/s. It will be around 22 MHz. Nevertheless, the width of the peak of a spherical WGM resonator can be several hundred kHz or less [3], which makes it possible to distinguish individual WGM spectral lines with

ров типа «бутылочное горлышко» может быть описана довольно точно с использованием параметров r , R_0 и r_{st} , указанных на рисунке 6 [12].

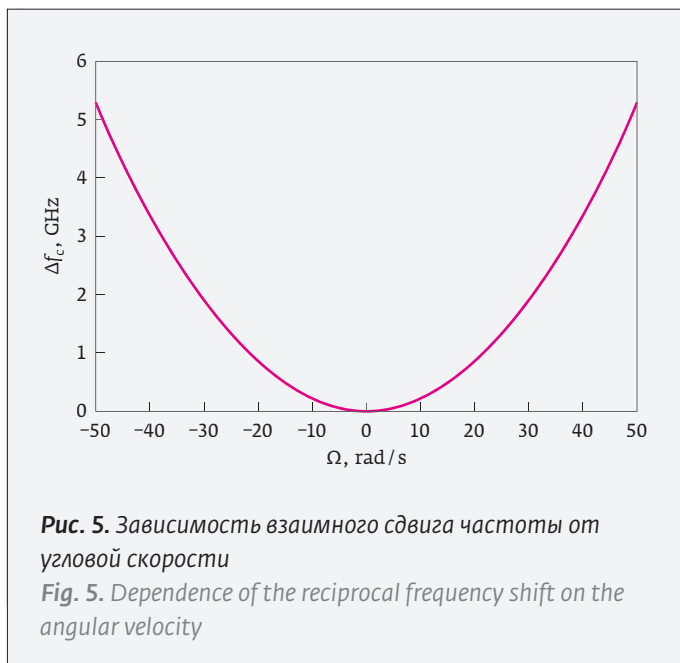
Более того, при определенных значениях геометрических параметров горлышка резонатора (конкретные значения зависят от используемых материалов) его перекрестная чувствительность становится незначительной по сравнению с чувствительностью к вращению вокруг главной оси. Например, это наблюдается в резонаторе, полностью изготовленном из плавленного кварца с $r=250$ мкм, $R_0=600$ мкм и $r_{st}=108$ мкм.

Также возможно решить проблему, связанную с паразитной перекрестной чувствительностью, используя триаду МШГ резонаторов любого типа, рабочие сечения которых взаимно ортогональны друг другу.

3.3. Неоднозначность измерений и нелинейность выходной характеристики

Другой существенной проблемой является взаимный характер сдвига частоты (см. уравнение (1) и рис. 5), который не позволяет определить знак угловой скорости (направление вращения), и нелинейность масштабного коэффициента (квадратичная зависимость эффекта от угловой скорости), что приводит к снижению чувствительности в области низких угловых скоростей (рис. 5). Для решения этих проблем был разработан метод, основанный на применении начального смещения рабочей точки выходной характеристики [13]. Были рассмотрены перспективы использования как постоянных, так и переменных начальных смещений. Использование постоянного смещения оправдано, когда измеряемая угловая скорость Ω_x намного меньше смещения Ω_b . Такое смещение может быть реализовано, например, путем размещения резонатора МШГ на оси двигателя. Предположим, что при включении двигателя резонатор начинает вращаться вокруг главной оси чувствительности в положительном направлении (против часовой стрелки) с определенной постоянной угловой скоростью Ω_b . В результате такого вращения резонатор деформируется, радиус его рабочего сечения увеличивается, а частота его моды f_m уменьшается на некоторую величину Δf_b и становится равной f_b (рис. 7).

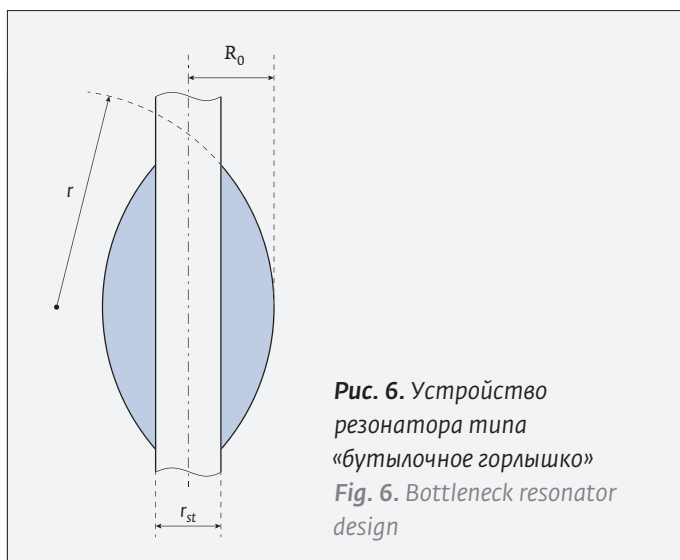
Когда описанная система (двигатель с резонатором МШГ) вращается относительно инерциального пространства с угловой скоростью Ω_x , мода резонатора будет испытывать дополнительный сдвиг частоты Δf_x :



different azimuthal indices in the resonator spectrum and to measure the angular velocity by Δf_E .

3.2. Cross Sensitivity

Another problem associated with measuring the angular velocity from the reciprocal displacement of the WGM is the presence of parasitic cross-sensitivity (side axes of sensitivity). Since the orientation of the rotation axis is generally unknown, the sensitivity to the component of the angular velocity perpendicular to the main axis of sensitivity can lead to uncertainty in the measurement results. Using computer models set by the finite element method, the cross-sensitivity of various types of WGM resonators was



$$\begin{aligned} \Delta f_x &= f_b - f_{m,cw} = f_b - f_{m,ccw} = \\ &= f_m - \Delta f_b - f_{m,ccw} \end{aligned} \quad (6)$$

Если искомая скорость вращения Ω_x совпадает по знаку с угловой скоростью смещения Ω_b , то общая угловая скорость WGM резонатора увеличивается. В этом случае частоты мод $f_{m,cw}$ и $f_{m,ccw}$ становятся ниже, чем f_b (на рис. 7 соответствует $f_{m,cw1}$), и дополнительный сдвиг частоты Δf_x будет положительным. Если искомая скорость вращения Ω_x имеет знак, противоположный угловой скорости смещения Ω_b , то общая угловая скорость резонатора МШГ уменьшится. В этом случае частоты режима $f_{m,cw}$ и $f_{m,ccw}$ станут выше, чем f_b , и дополнительный сдвиг частоты Δf_x будет отрицательным. Учитывая, что $f_m - f_{m,ccw} = K_c(\Omega_b + \Omega_x)^2$ и $\Delta f_b = K_c(\Omega_b)^2$, мы можем преобразовать уравнение (6) следующим образом:

$$\Delta f_x = 2K_c\Omega_b\Omega_x + K_c\Omega_x^2. \quad (7)$$

Поскольку скорость вращения Ω_b и частота f_b известны, то путем сканирования резонатора по частоте можно определить Δf_x и вычислить соответствующую искомую угловую скорость вращения всей системы Ω_x . Как видно из уравнения (7), для $|\Omega_b| \gg |\Omega_x|$ сдвиг Δf_x является невязимым (меняет знак при изменении направления вращения).

В результате использование постоянного смещения позволяет судить не только о величине угловой скорости Ω_x , но и о ее знаке. При условии $|\Omega_b| \gg |\Omega_x|$ вклад второго члена в уравнении (7) незначителен, и выходная характеристика становится близкой к линейной. Для наглядности на рисунке 8 показаны выходные характеристики для рассмотренного выше резонатора МШГ, соответствующие различным значениям постоянного смещения Ω_b .

Основываясь на графиках на рис. 8 и уравнении (7), можно сделать вывод, что недопустимо использовать постоянное смещение при определении значений угловых скоростей $|\Omega_x| \geq 0,5|\Omega_b|$, поскольку в этом случае возникает погрешность измерения Ω_x . Также легко видеть, что чем выше значение смещения Ω_b , тем больше чувствительность к измеренной угловой скорости Ω_x и тем ниже нелинейность выходной характеристики. Используя уравнения (1) и (7), мы можем оценить, во сколько раз увеличивается чувствительность к угловой скорости при использовании постоянного смещения:

$$M = \frac{2K_c\Omega_b\Omega_x + K_c\Omega_x^2}{K_c\Omega_x^2} \Big|_{\Omega_b \gg \Omega_x} \approx \frac{2\Omega_b}{\Omega_x}. \quad (8)$$

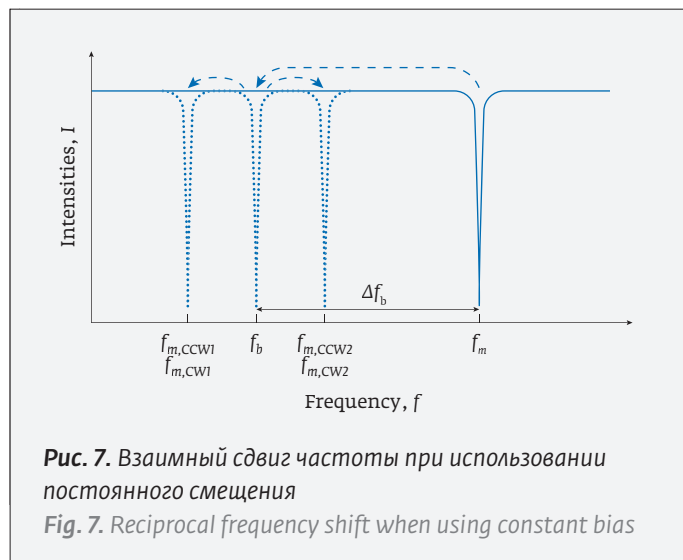


Рис. 7. Взаимный сдвиг частоты при использовании постоянного смещения
Fig. 7. Reciprocal frequency shift when using constant bias

analyzed: spherical, toroidal, disk-shaped, and bottleneck [9–11].

It has been determined that the magnitude and the sign of this cross-sensitivity depend on the shape of the WGM resonator used. When the spherical WGM resonator rotates around the side axis perpendicular to the main sensitivity, its working section is deformed from a circle to an ellipse. In this case, the minor axis of the ellipse corresponds to the side axis. The higher the angular velocity, the greater the eccentricity of the ellipse. In this case, modeling showed that the path

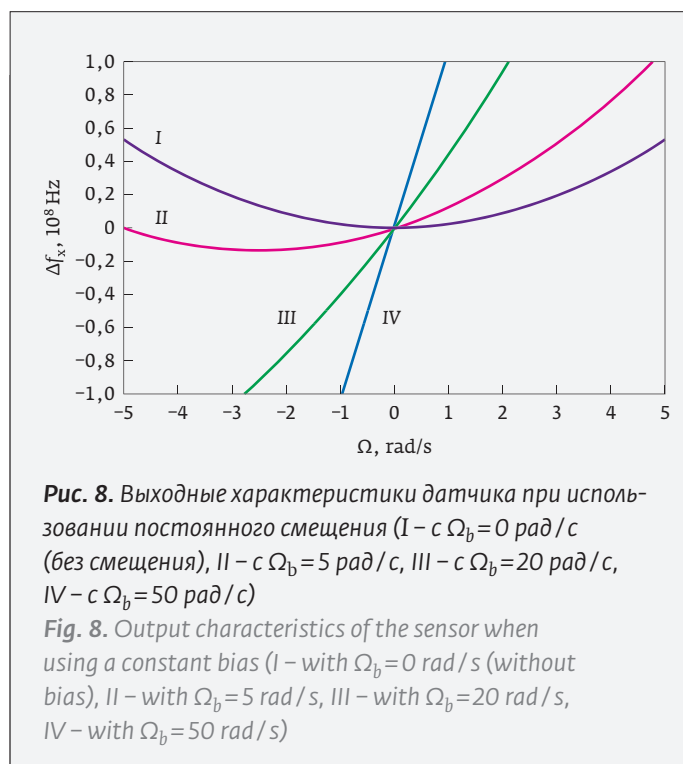


Рис. 8. Выходные характеристики датчика при использовании постоянного смещения (I – с $\Omega_b = 0$ рад/с (без смещения), II – с $\Omega_b = 5$ рад/с, III – с $\Omega_b = 20$ рад/с, IV – с $\Omega_b = 50$ рад/с)
Fig. 8. Output characteristics of the sensor when using a constant bias (I – with $\Omega_b = 0$ rad/s (without bias), II – with $\Omega_b = 5$ rad/s, III – with $\Omega_b = 20$ rad/s, IV – with $\Omega_b = 50$ rad/s)



Следует отметить, что использование постоянного смещения может привести к появлению дополнительной погрешности измерения из-за нестабильности Ω_b . Это предъявляет высокие требования к двигателю, используемому для создания постоянного смещения, и снижает интерес к его практической реализации.

При использовании переменного смещения для измерения угловой скорости по взаимному сдвигу частоты МШГ требования к характеристикам привода более мягкие. Такое смещение может быть реализовано, например, путем крепления резонатора МШГ на пьезокерамическом стержне или цилиндре. Когда периодический электрический сигнал подается на электроды, определенным образом размещенные на поверхности пьезокерамики [14, 15], в основании и закрепленном на нем резонаторе МШГ могут возбуждаться торсионные колебания. В этом случае угловая скорость переменного смещения будет определяться следующим уравнением:

$$\Omega_b = \Omega_{b0} \sin(2\pi\nu_b t), \quad (9)$$

где Ω_{b0} – амплитуда переменного смещения; ν_{b0} – частоты колебаний переменного смещения; t – время. Описанным способом, используя пьезокерамические стержни и цилиндры, можно возбуждать торсионные колебания частотой от сотен Гц до единиц ГГц и амплитудой до 1000 рад/с и более [14].

Теперь давайте проанализируем, как изменяются частоты рассмотренного выше сферического резонатора МШГ с переменным смещением. Зададим для него следующие параметры: амплитуда $\Omega_{b0} = 40$ рад/с, частота вибрации $\nu_{b0} = 100$ кГц. Если пьезокерамика с закрепленным на ней резонатором МШГ неподвижна относительно инерциального пространства, то, исходя из уравнений (1) и (9), наличие переменного смещения Ω_b приводит к появлению гармонического сдвига частоты МШГ. Более того, очевидно, что частота этого гармонического сдвига будет равна удвоенной частоте переменного смещения ($2\nu_{b0}$), а амплитуда равна $K_C \Omega_{b0}^2$.

Теперь предположим, что описанная система начала вращаться с определенной угловой скоростью Ω_x относительно инерциального пространства. В этом случае для простоты будем считать, что значение Ω_x в течение периода колебания смещения ($\tau = 1/\nu_{b0}$) близко к постоянному (изменения Ω_x за время τ на порядок меньше текущего значения Ω_x). Тогда общая угловая скорость резонатора представ-

travelled by the waves in one round trip of the resonator decreases. The resonator frequency of the spherical WGM resonator is shifted in the opposite direction to the shear direction corresponding to rotation around the main axis of sensitivity [9]. With a similar rotation of toroidal or disc-shaped resonators, the working section is also deformed from a circle into an ellipse. In this case, in contrast to the spherical resonator, the path traveled by the waves increases in one round of the resonator. The frequency of the WGM of a torus-shaped and disk-shaped resonators is shifted in the direction coinciding with the shear direction observed when rotating around the main axis of sensitivity [10]. Bottleneck resonators are different from others. They are remarkable in that the sign of their cross-sensitivity can change when their geometrical parameters change [11]. Such WGM resonators represent a cylindrical stem with a thickening that plays the role of a resonator (Figure 6). In this case, both parts of the resonator can be made either from the same or from different materials. The geometry of bottleneck resonators can be described quite accurately using the parameters r , R_0 и r_{st} , indicated in figure 6 [12].

Moreover, at certain values of the geometric parameters (specific values depend on the materials used) bottleneck resonators, their cross-sensitivity becomes negligible compared to the sensitivity to rotation around the main axis. For example, this is observed in a bottleneck resonator made entirely of fused silica with $r = 250 \mu\text{m}$, $R_0 = 600 \mu\text{m}$, and $r_{st} = 108 \mu\text{m}$.

It is also possible to solve the problem associated with parasitic cross-sensitivity by using a triad of WGM resonators of any type, the working sections of which are mutually orthogonal to each other.

3.3. Measurement Uncertainty and Nonlinearity of the Output Characteristic

Other significant problems are the reciprocal nature of the frequency shift (see equation 1 and fig. 5), which does not allow to determine the sign of the angular velocity (the object rotates clockwise or counterclockwise), and the nonlinearity of the scale factor (the square-law dependence of the effect on the angular velocity), which leads to a decrease in sensitivity to low angular velocities (fig. 5). To solve these problems, a method was developed to reduce the nonlinearity of the scale factor, based on the application of the initial offset of the operating point of the output characteristic [13]. The prospects of using both constant and alternating initial displacements (bias) were considered. The use of a constant bias is

ляет собой сумму условно постоянной (медленно изменяющейся) величины Ω_x и периодического переменного смещения Ω_b (рис. 9). В результате изменяется амплитуда сдвига частоты МШГ. Экстремумы сдвига частоты МШГ периодически становятся равными либо Δf_1 , либо Δf_2 (рис. 9). Более того, их разница зависит от значения искомой угловой скорости:

$$\Delta f_x = \Delta f_1 - \Delta f_2 =$$

$$\left\{ K_c \left[\Omega_{b0} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \Omega_x \right]^2 \right\} - \left\{ K_c \left[\Omega_{b0} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \Omega_x \right]^2 \right\} = 4K_c \Omega_{b0} \Omega_x. \quad (10)$$

Таким образом, если при использовании переменного смещения отследить величину сдвига Δf_c

justified when the measured angular velocity Ω_x is much less than the bias Ω_b . Such a bias can be realized, for example, by placing a WGM resonator on the motor axis. Suppose, when the engine is turned on, the resonator begins to rotate around the main axis of sensitivity in the positive direction (counterclockwise) with a certain constant angular velocity Ω_b . As a result of such rotation, the WGM resonator is deformed, the radius of its working section increases and the frequency of its mode f_m decreases by some value Δf_b and becomes equal to f_b . (fig. 7).

When the described system (engine with a WGM resonator) rotates relative to inertial space with a certain desired velocity Ω_x , the resonator mode will experience an additional frequency shift Δf_x :

$$\Delta f_x = f_b - f_{m,cw} = f_b - f_{m,ccw} = f_m - \Delta f_b - f_{m,ccw}. \quad (6)$$

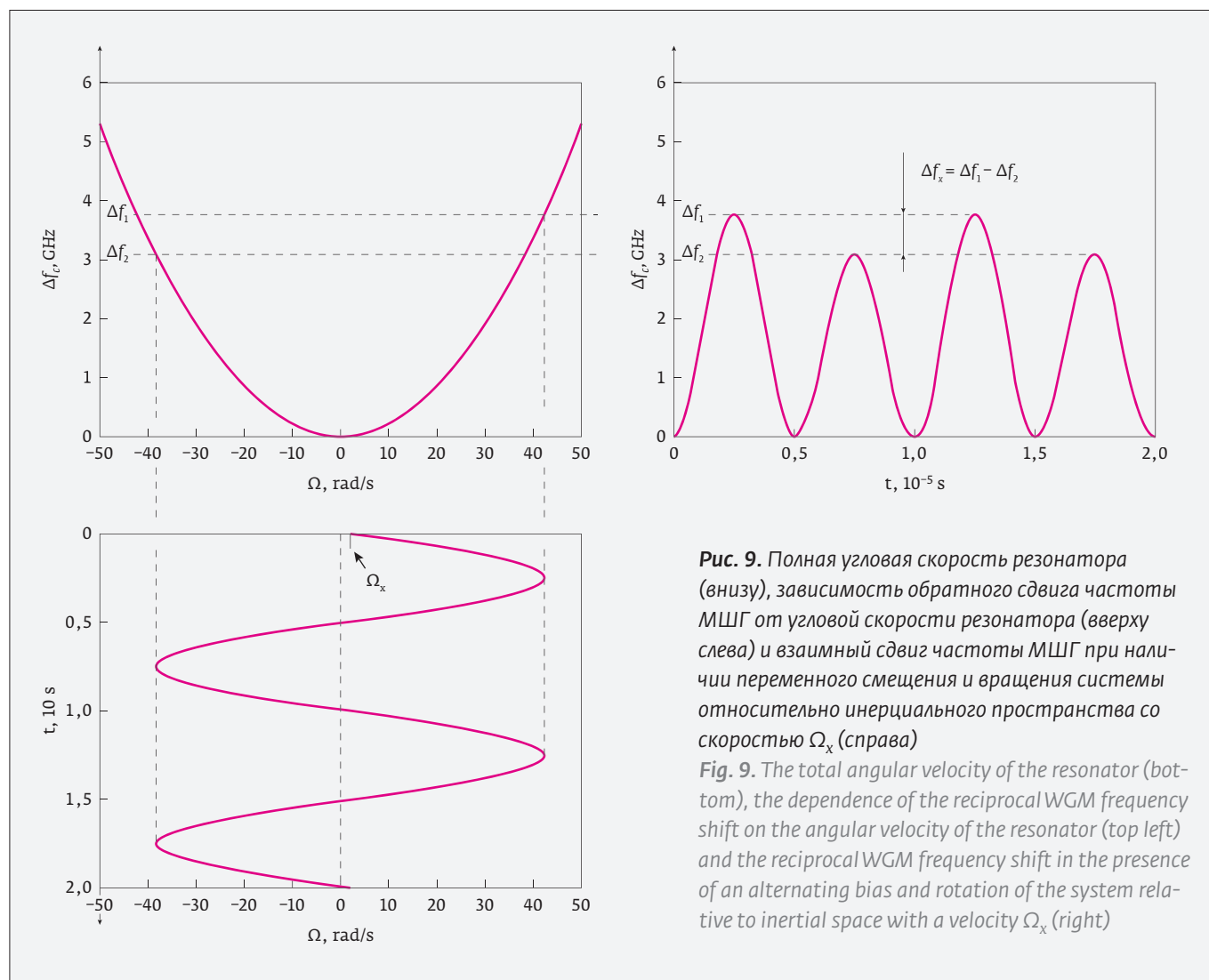


Рис. 9. Полная угловая скорость резонатора (внизу), зависимость обратного сдвига частоты МШГ от угловой скорости резонатора (вверху слева) и взаимный сдвиг частоты МШГ при наличии переменного смещения и вращения системы относительно инерциального пространства со скоростью Ω_x (справа)

Fig. 9. The total angular velocity of the resonator (bottom), the dependence of the reciprocal WGM frequency shift on the angular velocity of the resonator (top left) and the reciprocal WGM frequency shift in the presence of an alternating bias and rotation of the system relative to inertial space with a velocity Ω_x (right)

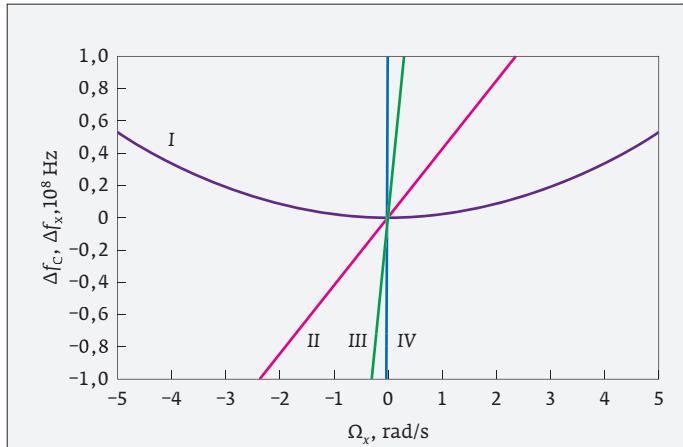


Рис. 10. Выходные характеристики датчика угловой скорости (I – при измерении угловой скорости без использования смещения, II – с переменным смещением с $\Omega_{b0}=5$ рад/с, III – с $\Omega_{b0}=40$ рад/с, IV – с $\Omega_{b0}=1000$ рад/с)

Fig. 10. Output characteristics of the angular velocity sensor (I – when measuring the angular velocity without using a bias, II – with an alternating bias with $\Omega_{b0}=5$ rad/s, III – with $\Omega_{b0}=40$ rad/s, IV – with $\Omega_{b0}=1000$ rad/s)

и вычислить значение Δf_x , то с помощью уравнения 10 можно определить искомую угловую скорость Ω_x . Также, используя переменное смещение, можно измерить угловую скорость в случае, когда значение Ω_x динамически изменяется в течение периода τ . Однако изменения Ω_x усредняются за период колебания смещения τ .

Рассмотрим преимущества использования переменного смещения. Для наглядности на рис. 10 показаны выходные характеристики, соответствующие различным значениям амплитуды переменного смещения Ω_{b0} .

Как видно из рис. 10 и уравнения (10), использование переменного смещения позволяет судить не только о величине угловой скорости Ω_x , но и о ее знаке. Кроме того, в этом случае выходная характеристика является линейной. Также легко видеть, что чем выше амплитуда переменного смещения Ω_{b0} , тем больше чувствительность к измеренной угловой скорости Ω_x . Используя уравнения (1) и (10), можно оценить, во сколько раз увеличивается чувствительность к угловой скорости при использовании переменного смещения:

$$M = \frac{4K_c\Omega_{b0}\Omega_x}{K_c\Omega_x^2} = \frac{4\Omega_{b0}}{\Omega_x}. \quad (11)$$

Из уравнения (11) очевидно, что использование переменного частотного смещения позволяет

If the sought rotation velocity Ω_x coincides in sign with the angular velocity of the bias Ω_b , then the total angular velocity of the WGM resonator increases. In this case, the frequencies of the mode $f_{m,CW}$ and $f_{m,CCW}$ become lower than f_b (in figure 7 corresponds to $f_{m,CW}$) and the additional frequency shift Δf_x will be positive. If the desired rotation speed Ω_x has a sign opposite to the angular velocity of the bias Ω_b , then the total angular velocity of the WGM resonator will decrease. In this case, the frequencies of the mode $f_{m,CW}$ и $f_{m,CCW}$ will become higher than f_b and the additional frequency shift Δf_x will be negative. Considering that $f_m - f_{m,CCW} = K_c(\Omega_b + \Omega_x)^2$ и $\Delta f_b = K_c(\Omega_b)^2$, we can transform equation 6:

$$\Delta f_x = 2K_c\Omega_b\Omega_x + K_c\Omega_x^2. \quad (7)$$

Since the rotation speed of the bias Ω , and the frequency f_b are known, then by scanning the resonator by frequency, it is possible to determine Δf_x and calculate the corresponding angular rotation speed of the entire system Ω_x . As can be seen from equation 7, for $|\Omega_b| \gg |\Omega_x|$ the shift Δf_x is nonreciprocal (changes sign when the direction of rotation is changed).

As a result, the use of a constant bias makes it possible to judge not only about the magnitude of the angular velocity Ω_x but also about its sign (the system rotates clockwise or counterclockwise). Under the condition $|\Omega_b| \gg |\Omega_x|$ the contribution of the second member in equation 7 is insignificant and the output characteristic becomes close to linear. For clarity, figure 8 shows the output characteristics for the above-considered WGM resonator, corresponding to different values of the constant bias Ω_b .

Based on the graphs in figure 8 and equation 7, we can conclude that it is inadmissible to use a constant bias when determining the values of angular velocities $|\Omega_x| \geq 0.5|\Omega_b|$, since in this case there is the measurement uncertainty Ω_x . It is also easy to see that the higher the bias value Ω_b , the greater the sensitivity to the measured angular velocity Ω , and the lower the nonlinearity of the output characteristic. Using equations 1 and 7, we can estimate how many times the sensitivity to angular velocity increases when using a constant bias:

$$M = \frac{2K_c\Omega_b\Omega_x + K_c\Omega_x^2}{K_c\Omega_x^2} \Big|_{\Omega_b \gg \Omega_x} \approx \frac{2\Omega_b}{\Omega_x}. \quad (8)$$

It should be noted that the use of constant bias can lead to the appearance of an additional measurement error due to the unevenness of Ω_b . This places high



повысить чувствительность к угловой скорости, когда выполняется условие $\Omega_{b0} > 0,25\Omega_x$. Требуемый диапазон измерений датчиков угла редко превышает ± 100 рад/с, в то время как значения амплитуды переменного смещения Ω_{b0} более 1000 рад/с достижимы. Таким образом, использование переменного частотного смещения позволяет повысить чувствительность во всем рабочем диапазоне датчиков угловой скорости. Также стоит отметить, что это позволяет решать другие описанные выше проблемы, связанные с измерением угловой скорости по взаимному смещению МШГ. Влияние различных внешних факторов (температура, давление и т.д.) и паразитная перекрестная чувствительность могут привести к взаимному сдвигу частот МШГ Δf . Величина этого паразитного сдвига Δf постоянна относительно искомой угловой скорости Ω_x и угловой скорости смещения Ω_b (т.е. угловой скорости при вращении вокруг главной оси чувствительности). Таким образом, при вычислении разности $\Delta f_1 - \Delta f_2$ паразитная составляющая Δf исключается (уравнение (10) и рис. 10). Сдвиг частоты Δf не влияет на вычисленное значение Δf_x , которое пропорционально искомой угловой скорости Ω_x .

4. ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТА САНЬЯКА

Оптические резонаторы МШГ также могут быть использованы в качестве чувствительных элементов микрооптических гироскопов резонаторного типа [16]. В этом случае невзаимное смещение частот МШГ, вызванное эффектом Саньяка, служит мерой угловой скорости. Рассмотрим поперечное сечение резонатора МШГ (рис. 3). Как отмечалось выше, если резонатор неподвижен относительно инерциального пространства, то частоты МШГ для противоположных направлений его обхода (по часовой стрелке и против нее) равны. Когда резонатор вращается, из-за эффекта Саньяка частоты МШГ смещаются в противоположных направлениях (рис. 11).

Предположим, что взаимный сдвиг, вызванный центробежными силами, незначителен по сравнению с невзаимным сдвигом частот МШГ, вызванным эффектом Саньяка (это справедливо в случае, когда резонатор изготовлен из жесткого материала). Тогда величина сдвига частоты определяется следующим уравнением [17]:

$$\Delta f_s = f_{m,cw} - f_{m,ccw} = \frac{2Rf_m}{C} \Omega, \quad (12)$$

demands on the motor used to create the constant bias and reduces interest in its practical implementation.

When using an alternating bias to measure the angular velocity from the reciprocal WGM frequency shift, the requirements for the characteristics of the drive are softer. Such a bias can be realized, for example, by fixing the WGM resonator on a piezoceramic rod or cylinder. When a periodic electrical signal is applied to electrodes placed in a certain way on the surface of piezoceramics [14, 15], torsional vibrations can be excited in the piezoceramic base and the WGM resonator fixed on it. In this case, the angular velocity of the alternating bias will be determined by the following equation:

$$\Omega_b = \Omega_{b0} \sin(2\pi\nu_b t), \quad (9)$$

where Ω_{b0} is the amplitude of the alternating bias; ν_{b0} are the oscillation frequency of the alternating bias; t is time. By the described method, using piezoceramic rods and cylinders, it is possible to excite torsional vibrations with a frequency from hundreds of Hz to units of GHz and amplitude of up to 1000 rad/s and more [14].

Now let us analyze how the resonator frequencies of the spherical WGM resonator considered above change with an alternating bias. Let us set the following parameters of the alternating bias: amplitude $\Omega_{b0} = 40$ rad/s, vibration frequency $\nu_{b0} = 100$ kHz. If a piezoceramic with a WGM resonator fixed on it is motionless relative to the inertial space, then, based on equations 1 and 9, the presence of an alternating bias Ω_b leads to the appearance of a harmonic shift of the WGM frequency. Moreover, it is obvious that the frequency of this harmonic shift will be equal to the doubled frequency of the alternating bias ($2\nu_{b0}$), and the amplitude is equal to $K_C \Omega_{b0}^2$.

Now, suppose that the described system (piezoceramics with a WGM resonator) began to rotate with a certain required speed Ω_x relative to inertial space. In this case, for simplicity, we assume that the value of Ω_x during the period of oscillation of the bias ($\tau = 1/\nu_{b0}$) is close to a constant (changes in Ω_x for τ are an order of magnitude less than the current value of Ω_x). Then the total angular velocity of the resonator is the sum of a conditionally constant (slowly varying) value Ω_x and a periodic alternating bias Ω_b (see figure 9). As a result, the amplitude of the frequency shift of the whispering gallery mode changes. The extrema of the frequency shift of the whispering gallery mode become periodically equal to either Δf_1 , or Δf_2 (Figure 9). Moreover, their difference depends on the value of the sought angular velocity:

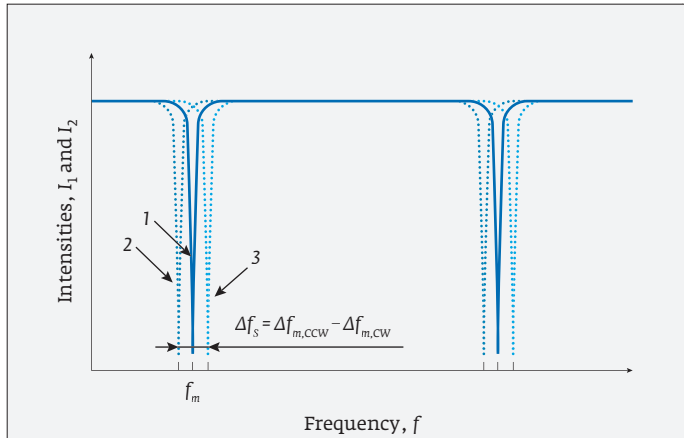


Рис. 11. Интенсивность света на выходах резонатора (сплошная линия 1 – I_1 и I_2 неподвижного резонатора, пунктирные линии 2 и 3 – I_1 и I_2 вращающегося против часовой стрелки резонатора соответственно)

Fig. 11. Intensity of light at the outputs of the resonator (solid line 1 – I_1 and I_2 of the stationary resonator, dashed lines 2 and 3 – respectively I_1 and I_2 of the counterclockwise rotating resonator)

где $f_{m,cw}$ и $f_{m,ccw}$ – частоты МШГ волн, проходящих через резонатор по часовой стрелке и против нее соответственно; f_m – частота МШГ стационарного резонатора; R – радиус поперечного сечения резонатора; C – скорость света в вакууме, Ω – угловая скорость.

Таким образом, сканируя резонатор по частоте, можно определить невзаимный сдвиг частоты Δf_s и вычислить пропорциональную ему угловую скорость. Как видно из уравнения (12), эффект Саньяка линейен по отношению к угловой скорости и позволяет определять направление вращения. Невзаимность эффекта позволяет исключить взаимные сдвиги частот МШГ при расчете разности частот резонаторов Δf_s , в том числе вызванные изменениями параметров внешней среды, а также вызванные центробежными силами Δf_c .

Однако согласно уравнению (1) центробежные силы также вызывают изменение радиуса рабочего сечения резонатора МШГ, который входит в масштабный коэффициент эффекта Саньяка (уравнение (12)). В результате можно переписать выражение, определяющее невзаимное смещение частот МШГ, с учетом влияния центробежных сил:

$$\begin{aligned} \Delta f_s &= \frac{2(R + \Delta R)f_m \Omega}{C} = \\ &= \frac{2R_0 f_m \Omega}{C} + \frac{R_0^3 f_m \rho (17 + (6 - 5\nu)\nu)}{15G(1 + \nu)(7 + 5\nu)C} \Omega^3. \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Delta f_x = \Delta f_1 - \Delta f_2 =$$

$$\begin{aligned} &\left\{ K_c \left[\Omega_{b0} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \Omega_x \right]^2 \right\} - \left\{ K_c \left[\Omega_{b0} \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \Omega_x \right]^2 \right\} \\ &= 4K_c \Omega_{b0} \Omega_x. \end{aligned} \quad (10)$$

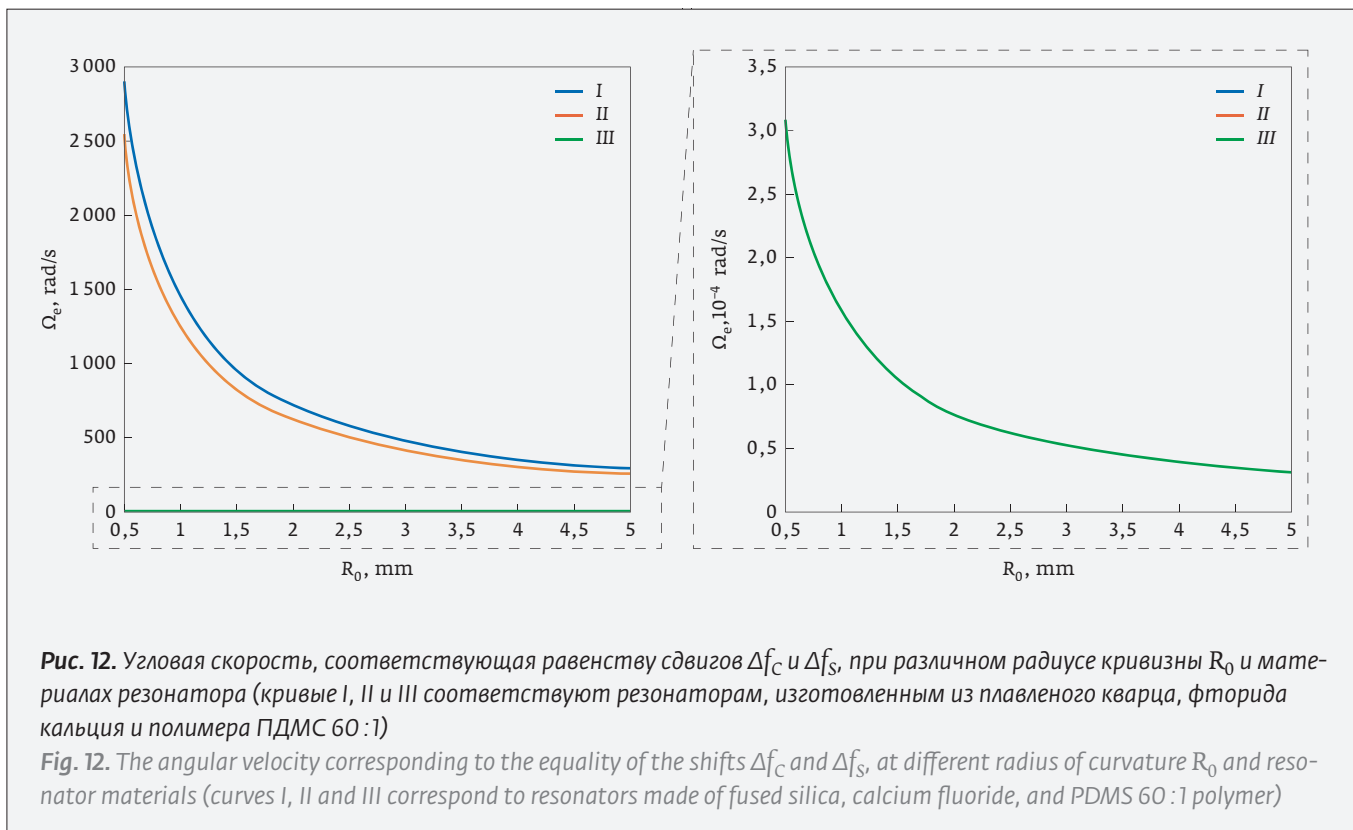
Thus, if, when using an alternating bias, we track the magnitude of the shift Δf_c and calculate the value of Δf_x , then using equation 10 it is possible to determine the desired angular velocity Ω_x . Also, using a variable bias, it is possible to measure the angular velocity in the case when the value of Ω_x dynamically changes over the period τ . However, the changes in Ω_x are averaged over the period of the bias oscillation τ .

Let us consider the advantages of using an alternating bias. For clarity, figure 10 shows the output characteristics corresponding to different values of the amplitude of the alternating bias Ω_{b0} .

As seen from figure 10 and equation 10, the use of alternating bias allows one to judge not only about the magnitude of the angular velocity Ω_x but also about its sign. In this case, the output characteristic is linear. It is also easy to see that the higher the amplitude of the alternating bias Ω_{b0} , the greater the sensitivity to the measured angular velocity Ω_x . Using equations 1 and 10, one can estimate how many times the sensitivity to angular velocity increases when using an alternating bias:

$$M = \frac{4K_c \Omega_{b0} \Omega_x}{K_c \Omega_x^2} = \frac{4\Omega_{b0}}{\Omega_x}. \quad (11)$$

From equation 11 it is obvious that the use of an alternating frequency bias makes it possible to increase the sensitivity to the angular velocity when the condition $\Omega_{b0} > 0,25\Omega_x$ is satisfied. The required range of operation of angle sensors rarely exceeds ± 100 rad/s, while values of the amplitude of the alternating bias Ω_{b0} over 1000 rad/s are achievable. Thus, the use of an alternating frequency bias makes it possible to increase the sensitivity in the entire operating range of the angular velocity sensors. It is also worth noting that this allows to solve other problems described above related to the measurement of the angular velocity from the reciprocal shift of the WGM. The influence of various external factors (temperature, pressure, etc.) and parasitic cross-sensitivity can lead to a reciprocal shift of the WGM frequencies Δf . The magnitude of this parasitic shift Δf is constant relative to the sought angular velocity Ω_x and the angular velocity of the bias Ω_b (i. e., the angular velocity when rotating around the main axis of sensitivity). Thus, when calculating



Таким образом, масштабный коэффициент эффекта Саньяка становится нелинейным. Если не учитывать зависимость радиуса от скорости вращения (из-за действия центробежных сил), то появляется дополнительная систематическая ошибка.

При измерении угловой скорости с использованием эффекта Саньяка обычно используются жесткие (плавленый кварц или фторид кальция) резонаторы МШГ. В этом случае величина систематической ошибки, вызванной действием центробежной силы, невелика и становится существенной только при высоких угловых скоростях (более 10^3 рад/с). При необходимости можно устранить эту систематическую ошибку. Для этого, используя выражение (1), вычисляется поправка к радиусу рабочего сечения резонатора: $\Delta R = (f_m - f_{m,cw})R_0/f_m$. Также этот метод позволяет исключить систематическую ошибку, вызванную изменением радиуса резонатора из-за изменения параметров окружающей среды.

Предельная чувствительность резонаторных МОГ пропорциональна добротности используемого в них резонатора. Добротность лучших волноводных ПКР, обычно рассматриваемых в качестве чувствительного элемента МОГ, достигает 10^6 - 10^7 [16], в то время как в резонаторах МШГ она достигает более 10^9 [18]. Однако из-за специфической формы

the difference $\Delta f_1 - \Delta f_2$, the parasitic component Δf is excluded (see equation 10 and figure 10). Frequency shift Δf does not affect the calculated value Δf_x , which is proportional to the sought angular velocity Ω_x .

4. MEASURING ANGULAR VELOCITY USING THE SAGNAC EFFECT

Optical WGM resonators can also be used as sensing elements of resonator type micro-optical gyroscopes [16]. In this case, the nonreciprocal shift of the WGM frequencies, caused by the Sagnac effect, serves as a measure of the angular velocity. Consider the cross-section of a WGM resonator (Figure 3). As noted above, if the resonator is stationary relative to the inertial space, then the WGM frequencies for the opposite directions of its bypass (clockwise and counterclockwise) are equal. When the resonator rotates, due to the Sagnac effect, the WGM frequencies are shifted in opposite directions (Figure 11).

Let us assume that the reciprocal shift caused by centrifugal forces is negligible compared to the nonreciprocal shift of the WGM frequencies caused by the Sagnac effect (the resonator is made of a stiff material). Then the magnitude of the frequency shift is determined by the following equation [17]:

$$\Delta f_s = f_{m,cw} - f_{m,ccw} = \frac{2Rf_m}{c}\Omega, \quad (12)$$



некоторых типов резонаторов МШГ (сферических, типа «бутылочное горлышко» и т.д.) их трудно интегрировать с другими элементами МОГ. Другие, более технологически продвинутые резонаторы МШГ (тороидальные, дискообразные) обычно характеризуются более низкой добротностью или выраженными нелинейными свойствами.

Сравним величины сдвигов МШГ, вызванных эффектом Саньяка и влиянием центробежных сил. Мы ограничиваемся рассмотрением сдвигов только в сферических резонаторах МШГ. Используя уравнения (1) и (12), мы можем получить уравнение, описывающее величину угловой скорости, при которой эти сдвиги МШГ равны:

$$\Omega_e = \frac{60G(1+v)(7+5v)}{R_0\rho C(17+(6-5v)v)}. \quad (14)$$

Графики на рис. 12 иллюстрируют зависимость угловой скорости Ω_e от радиуса резонатора R_0 . Сравняются сферические резонаторы МШГ, изготовленные из плавленного кремнезема или фторида кальция, мягкого оптического полимера (60:1 ПДМС). В области под отмеченными линиями (см. рис. 12) доминирует эффект Саньяка, а в области над ними (а также в увеличении на отдельном рисунке) доминирует влияние центробежных сил. Чем мягче и тяжелее материал и чем больше резонатор МШГ, тем ниже угловая скорость, при которой сдвиги Δf_C и Δf_S становятся равными.

В связи с вышесказанным идея одновременного использования двух эффектов для измерения угловой скорости представляется очень привлекательной. Это может быть реализовано по-разному. Во-первых, при достижении определенного значения угловой скорости (при достижении Ω_e) можно просто переключаться между эффектами, используемыми для измерения. Производить измерения с использованием эффекта Саньяка при низких угловых скоростях (менее Ω_e), а при высоких угловых скоростях (более Ω_e) измерять угловую скорость по сдвигу частоты, вызванному центробежными силами. Также возможно реализовать одновременное измерение угловой скорости с использованием обоих эффектов, используя тот факт, что один из эффектов является взаимным, а другой – невзаимным. Определять сдвиг частоты МШГ, вызванный эффектом Саньяка, на основе разности частот МШГ волн, проходящих через резонатор в противоположных направлениях: $\Delta f_S = f_{m,CW} - f_{m,CCW}$. При этом одновременно вычисляется сдвиг частот МШГ, вызванный центробежными силами, используя сумму тех же частот МШГ: $\Delta f_C = 0,5[2f_m - (f_{m,CW} + f_{m,CCW})]$. В результате два устройства работают одновре-

where $f_{m,CW}$ и $f_{m,CCW}$ are the WGM frequencies of waves bypassing the resonator clockwise and counterclockwise, respectively; f_m is the WGM frequency of the stationary resonator; R is the radius of the cross-section of the resonator; C is the speed of light in vacuum and Ω is the angular speed.

Thus, by scanning the resonator in frequency, it is possible to determine the nonreciprocal frequency shift Δf_S and calculate the angular velocity proportional to it. As can be seen from equation 12, the Sagnac effect is linear with respect to the angular velocity and allows to determine the direction of rotation. The nonreciprocity of the effect makes it possible to exclude the mutual shifts of the WGM frequencies when calculating the difference in resonator frequencies Δf_S . Including those caused by changes in the parameters of the external environment (temperature, pressure, etc.), as well as caused by centrifugal forces Δf_C .

However, centrifugal forces also cause a change in the radius of the working section of the WGM resonator (see equation 1), which is included in the scale factor of the Sagnac effect (see equation 12). As a result, it is possible to rewrite the expression that determines the nonreciprocal shift of the WGM frequencies, taking into account the influence of centrifugal forces:

$$\begin{aligned} \Delta f_S &= \frac{2(R+\Delta R)f_m}{C}\Omega = \\ &= \frac{2R_0f_m}{C}\Omega + \frac{R_0^3f_m\rho(17+(6-5v)v)}{15G(1+v)(7+5v)C}\Omega^3. \end{aligned} \quad (13)$$

Thus, the scale factor of the Sagnac effect becomes nonlinear. If we do not take into account the dependence of the radius on the speed of rotation (due to the action of centrifugal forces), then an additional systematic error appears. When measuring the angular velocity using the Sagnac effect, stiff (fused silica or calcium fluoride) WGM resonators are usually used. In this case, the magnitude of the systematic error caused by the action of the centrifugal force is small and becomes significant only at high angular velocities (more than 10^3 rad/s). If necessary, you can eliminate this systematic error. For this, starting from expression 1, the correction to the radius of the working section of the WGM resonator is calculated: $\Delta R = (f_m - f_{m,CW})R_0/f_m$. Also, this technique allows you to exclude a systematic error caused by a change in the resonator radius due to a change in environmental parameters.

The limiting sensitivity of MOGs resonator is proportional to the Q-factor of the resonator used in them. The Q-factor of the best waveguide PRRs, usually considered as sensitive elements of MOGs, reaches 10^6 – 10^7 [16], while in WGM resonators it reaches above

менно и используют разные физические эффекты, но на одном и том же резонаторе. Это должно позволить использовать преимущества обоих эффектов и повысить точность определения угловой скорости за счет комплексирования результатов измерений.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрен метод измерения угловой скорости по взаимному сдвигу частоты МШГ, вызванному воздействием центробежных сил. При использовании резонаторов, изготовленных из мягких полимеров, этот эффект может преобладать над другими эффектами, вызывающими сдвиг частоты МШГ. Тем не менее, несколько проблем на практике усложняют измерение угловой скорости по взаимному смещению МШГ.

Одной из проблем является влияние различных внешних факторов (температура, давление и т. д.) на радиус рабочего сечения резонатора. Это приводит к паразитному взаимному сдвигу частоты, который трудно отличить от сдвига Δf_c , с помощью которого определяется угловая скорость. Было продемонстрировано, что эта проблема может быть решена путем перехода к измерению угловой скорости путем разделения соседних частот МШГ с различными азимутальными индексами. В этом случае снижается чувствительность к угловой скорости.

Другой проблемой является наличие паразитной перекрестной чувствительности. Поскольку ориентация оси вращения в общем случае неизвестна, чувствительность к составляющей угловой скорости, перпендикулярной главной оси чувствительности, может привести к погрешности в результатах измерения. Было определено, что величина и знак этой перекрестной чувствительности зависят от формы используемого резонатора МШГ. Более того, при определенных значениях геометрических параметров (конкретные значения зависят от используемых материалов) резонаторов типа «бутылочное горлышко» их перекрестная чувствительность становится незначительной по сравнению с чувствительностью к вращению вокруг главной оси. Например, это наблюдается для резонатора, полностью изготовленного из плавленого кварца с $r=250$ мкм, $R_0=600$ мкм и $r_{st}=108$ мкм. Также эта проблема может быть решена с помощью триады резонаторов МШГ любого типа, рабочие сечения которых взаимно ортогональны друг другу.

Кроме того, существенными проблемами являются взаимный характер сдвига частоты, который

10^9 [18]. However, due to the specific shape of some types of WGM resonators (spherical, bottle-shaped, etc.), they are difficult to integrate with other MOG elements. Other, more technologically advanced WGM resonators (toroidal, disc-shaped), are usually characterized by a lower Q-factor or pronounced nonlinear properties.

Let us compare the magnitudes of the WGM shifts caused by the Sagnac effect and the influence of centrifugal forces. We restrict ourselves to considering shifts only in spherical WGM resonators. Using equations 1 and 12, we can obtain equation describing the magnitude of the angular velocity at which these WGM shifts are equal:

$$\Omega_e = \frac{60G(1+v)(7+5v)}{R_0\rho C(17+(6-5v)v)}. \quad (14)$$

The graphs in figure 12 illustrate the dependence of the angular velocity Ω_e on the resonator radius R_0 . At the same time, spherical WGM resonators made of fused silica, or calcium fluoride, a soft optical polymer (60:1 PDMS) are considered. Under the curves shown in figure 12 is dominated by the Sagnac effect, and above the influence of centrifugal forces. The softer and heavier the material and the larger the WGM resonator, the lower the angular velocity, the shifts Δf_c and Δf_s become equal.

In connection with the above, the idea of simultaneous use of two effects to measure the angular velocity seems to be very attractive. It can be implemented in different ways. First, when reaching a certain value of the angular velocity (when reaching Ω_e), you can simply switch between the effects used for measurement. Those make measurements using the Sagnac effect at low angular velocities (less than Ω_e). At high angular velocities (more than Ω_e), measure the angular velocity from the frequency shift caused by centrifugal forces. It is also possible to realize the simultaneous measurement of angular velocity using both effects, using the fact that one of the effects is reciprocal and the other is nonreciprocal. To determine the WGM frequency shift caused by the Sagnac effect, based on the difference of the WGM frequencies bypassing the resonator in opposite directions: $\Delta f_s = f_{m,cw} - f_{m,ccw}$. Simultaneously, calculate the shift of WGM frequencies caused by centrifugal forces using the sum of the same WGM frequencies: $\Delta f_c = 0,5[2f_m - (f_{m,cw} + f_{m,ccw})]$. The result is two devices operating simultaneously and using different physical effects but on the same resonator. This should make it possible to use the advantages of both effects and to increase the accuracy of determining the angular velocity by complexing the measurement results.



не позволяет судить о знаке угловой скорости, и нелинейность масштабного коэффициента, что приводит к снижению чувствительности к малым угловым скоростям. Для решения этих проблем было предложено использовать начальное смещение рабочей точки выходной характеристики. Были рассмотрены перспективы использования как постоянных, так и переменных начальных смещений. Более перспективно использовать переменное смещение. В этом случае выходная характеристика становится линейной, а чувствительность во всем рабочем диапазоне датчиков угловой скорости увеличивается в 4 раза, что равно четырехкратному отношению угловой скорости смещения к измеренной угловой скорости. Это также позволяет решать другие описанные выше проблемы, связанные с измерением угловой скорости от возвратно-поступательного перемещения МШГ.

В работе рассматривался эффект Саньяка в резонаторах МШГ и особенности его применения для измерения угловой скорости таких резонаторов. В частности, было продемонстрировано, что из-за влияния центробежных сил масштабный коэффициент эффекта Саньяка становится нелинейным. Это может привести к дополнительной систематической ошибке измерения. Однако, поскольку при измерении угловой скорости с помощью эффекта Саньяка обычно используются жесткие резонаторы, величина этой систематической ошибки невелика и становится существенной только при высоких угловых скоростях (более 10^3 рад/с). Был описан способ компенсации этой ошибки, который также позволяет устранить систематическую ошибку, вызванную изменением радиуса резонатора из-за изменения параметров окружающей среды.

Кроме того, в работе сравниваются значения сдвигов МШГ, вызванных эффектом Саньяка и влиянием центробежных сил, и рассматривается идея одновременного использования этих эффектов для измерения угловой скорости.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (грант № FSEE-2020-0005).

REFERENCES

1. **Filatov Y. V. et al.** *Microoptical gyros on the base of passive ring resonators. Gyroscopes: Types, Functions and Applications.* Nova Science Publishers. New York. 2019.
2. **Filatov Y. V. et al.** Modeling of a ring confocal resonator field. *Optical Engineering.* 2019; 58(7): 074103.

5. CONCLUSION

The paper considered a method for measuring the angular velocity from the reciprocal frequency shift of the WGM caused by the influence of centrifugal forces. When using resonators made of soft polymers, this effect can prevail over other effects causing the WGM frequency shift. Nevertheless, several problems complicate in practice the measurement of the angular velocity from the reciprocal displacement of the WGM.

One of the problems is the influence of various external factors (temperature, pressure, etc.) on the radius of the working section of the resonator. This leads to a parasitic reciprocal frequency shift, which is difficult to distinguish from the shift Δf_c by which the angular velocity is determined. It was demonstrated that this problem can be solved by switching to measuring the angular velocity by splitting the neighboring WGM frequencies with different azimuthal indices. In this case, the sensitivity to the angular velocity decreases.

Another problem is the presence of parasitic cross-sensitivity (side axes of sensitivity). Since the orientation of the axis of rotation is generally unknown when measuring the angular velocity, the sensitivity to the component of the angular velocity of the perpendicular main axis of sensitivity can lead to uncertainty in the measurement results. It has been determined that the magnitude and sign of this cross-sensitivity depend on the type of shape of the WGM resonator used. Moreover, at certain values of the geometric parameters (specific values depend on the materials used) of bottleneck resonators, their cross-sensitivity becomes negligible compared to the sensitivity to rotation around the main axis. For example, this is observed for a bottleneck resonator made entirely of fused silica with $r=250$ μm , $R_0=600$ μm and $r_{st}=108$ μm . Also, this problem can be solved by using a triad of WGM resonators of any type, the working sections of which are mutually orthogonal to each other.

In addition, significant problems are the reciprocal nature of the frequency shift, which does not allow judging about the sign of the angular velocity, and the nonlinearity of the scale factor, which leads to a decrease in sensitivity to low angular velocities. To solve these problems, it has been proposed to use the starting offset of the operating point of the output characteristic. The prospects of using both constant and alternating initial displacements (bias) were considered. It is more promising to use an alternating bias. In this case, the output characteristic becomes linear. In this case, the sensitivity in the entire operating range of



3. Oraevsky A. N. Whispering-gallery waves. *Quantum Electronics*. 2002; 32(5):377–400.
4. Vollmer F., Yang L. Label-free detection with high-Q microcavities: a review of biosensing mechanisms for integrated devices. *Nanophotonics*. 2012;1(3):267–291.
5. Amir R. A., Tindaro I. Effect of Angular Velocity on Sensors Based on Morphology Dependent Resonances. *Sensors*. 2014;14: 7041–7048.
6. Filatov Yu. V., Shalymov E. V., Venediktov V. Yu., Dmitrieva A. D. The comparison of the influence of centrifugal forces and the Sagnac effect on a rotating whispering gallery modes resonators. *Proc. SPIE*. 2016;9992: 99920A.
7. Filatov Yu. V., Shalymov E. V., Venediktov V. Yu. Use of Whispering Gallery Modes Frequency Splitting for Rotation Speed Measurement. *Proc. of Advanced Photonics*. 2018; SeW4E.3.
8. Filatov Yu. V., Kukaev A. S., Shalymov E. V., Venediktov V. Yu. Investigation of a shift of whispering-gallery modes caused by deformations and tensions. *Optical Engineering*. 2017; 56(10):107104.
9. Venediktov V. Yu., Kukaev A. S., Filatov Yu. V., Shalymov E. V. Modelling of rotation-induced frequency shifts in whispering gallery modes. *Quantum Electronics*. 2018;48(2): 95–104.
10. Filatov Yu. V., Kukaev A. S., Shalymov E. V., Venediktov V. Yu. Influence of the whispering-gallery mode resonators shape on its inertial movement sensitivity. *Optical Engineering*. 2018; 57(1): 014104.
11. Filatov Yu. V., Kukaev A. S., Shalymov E. V., Venediktov V. Yu. Study of cross-sensitivity of whispering gallery modes in bottle resonators to rotation. *Optical Engineering*. 2018;57(10): 107107.
12. Sumetsky M. Lasing microbottles. *Light: Science & Applications*. 2017;6(10): e17102.
13. Filatov Yu. V., Shalymov E. V., Venediktov V. Yu. Alternating sign bias in the angular velocity sensors on the base of resonators of the whispering gallery modes. *Proc. SPIE*. 2018;10799: 107990K.
14. Bradfield G. Some experiments with barium titanate II. *Nuovo Cimento*. 1950;7(2):182–189.
15. Mason W. P. Generation of Transverse Vibrations in Liquids. Patent US. 2490452. 1946.
16. Filatov Yu. V., Shalymov E. V., Venediktov V. Yu. Passive ring resonator micro-optical gyroscopes. *Quantum Electronics*. 2016;46(5):437–446.
17. Filatov Yu. V., Kukaev A. S., Shalymov E. V., Venediktov V. Yu. Future gyros on the base of whispering gallery mode resonators. *Proc. 2017 Progress In Electromagnetics Research Symposium – Spring (PIERS)*. 2017; 3085–3089.
18. Matsko A. B., Savchenko A. A., Strekalov D., Ilchenko V. S., Maleki L. Review of applications of whispering-gallery mode resonators in photonics and nonlinear optics. *IPN Progress Report*. 2005; 42: 42–162.

ОБ АВТОРАХ

Венедиктов Владимир Юрьевич, д.ф.-м.н., профессор, главный научный сотрудник, Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем, Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия.
ORCID: 0000-0002-0728-2050

Куклаев Александр Сергеевич, к.т.н., доцент, Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем, Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия.
ORCID: 0000-0002-9525-8412

Северюгин Александр Алексеевич, к.ф.-м.н., ст. преподаватель, Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем, Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия.

Филатов Юрий Владимирович, д.т.н., профессор, зав.кафедрой лазерных измерительных и навигационных систем, Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия.
ORCID: 0000-0002-4388-8033

Шалымов Егор Вадимович, к.т.н., доцент, Кафедра лазерных измерительных и навигационных систем, Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет «ЛЭТИ», Санкт-Петербург, Россия.
ORCID: 0000-0002-0731-6978

the angular velocity sensors increases by a factor of four equal to the quadruple ratio of the angular velocity of the bias to the measured angular velocity. It also allows you to solve other problems described above related to the measurement of the angular velocity from the WGM reciprocal displacement.

The work considered the Sagnac effect in resonators of whispering gallery modes and the features of its application for measuring the angular velocity of such resonators. In particular, it was demonstrated that due to the influence of centrifugal forces, the scale factor of the Sagnac effect becomes nonlinear. This can lead to an additional systematic measurement error. However, since when measuring the angular velocity by the Sagnac effect, hard WGM resonators are usually used, the magnitude of this systematic error is small and becomes significant only at high angular velocities (more than 10^3 rad/s). A method for compensating this error was described, which also makes it possible to eliminate the systematic error caused by a change in the resonator radius due to a change in the environmental parameters.

In addition, the work compares the values of the WGM shifts caused by the Sagnac effect and the influence of centrifugal forces and considers the idea of simultaneous use of these effects for measuring the angular velocity.

ACKNOWLEDGMENTS

The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Grant No. FSEE-2020-0005).

ABOUT THE AUTHORS

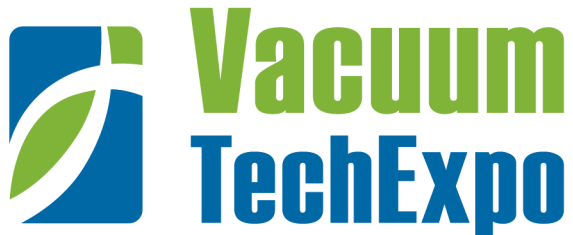
Venediktov Vladimir Yurievich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher Laser Measurement and Navigation Systems Department, St. Petersburg Electrotechnical University „LETI” St. Petersburg, Russia
ORCID: 0000-0002-0728-2050

Kukaev Alexander Sergeevich, Cand. of Technical Sciences, associate professor, Laser Measurement and Navigation Systems Department, St. Petersburg Electrotechnical University „LETI” St. Petersburg, Russia
ORCID: 0000-0002-9525-8412

Sevryugin Alexander Alexeevich, Cand. of Physical and Mathematical Sciences, senior lecturer, Laser Measurement and Navigation Systems Department, St. Petersburg Electrotechnical University „LETI” St. Petersburg, Russia

Filatov Yury Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department Laser Measurement and Navigation Systems Department, St. Petersburg Electrotechnical University „LETI” St. Petersburg, Russia
ORCID: 0000-0002-4388-8033

Shalymov Egor Vadimovich, Cand. of Technical Sciences, associate professor, Laser Measurement and Navigation Systems Department, St. Petersburg Electrotechnical University „LETI” St. Petersburg, Russia
ORCID: 0000-0002-0731-6978



17-я Международная выставка
вакуумного и криогенного оборудования

11–13 апреля 2023

Москва, ВДНХ, Павильон 57



Представьте
свою продукцию
потенциальным
заказчикам



Вакуумное
оборудование

Криогенное
оборудование

Оборудование
для нанесения
функциональных
покрытий



Забронируйте стенд
vacuumtechexpo.com

Организатор



Международная
Выставочная
Компания

+ 7 (495) 252 11 07
vacuumtechexpo@mvk.ru