DOI: 10.22184/1993-7296.FRos.2020.14.8.708.716

Возникновение статистической линзы при учете корреляции волнений случайно неровной поверхности

В. П. Будак, А. В. Гримайло
Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва, Россия

Статья посвящена моделированию случайно неровной поверхности с учетом корреляции уклонов. Приведены факты наблюдения подводного рельефа из космоса, а также предложено объяснение на основе предположения о возможности формирования на поверхности воды статистической линзы. Описан метод спектрального представления, который позволяет строить случайные поверхности с заданной корреляционной функцией. Данный метод реализован в программной среде MATLAB. Для проверки программы воспроизведен рельеф CD-ROM, полученный с помощью атомно-силового микроскопа. В качестве следующего шага смоделирована взволнованная поверхность воды, которая воздействует на проходящие лучи подобно реальной оптической линзе. Полученные результаты подтверждают возможность формирования на поверхности морей и океанов гигантских линз, благодаря которым можно различать топографию дна из космоса.

Ключевые слова: случайно неровная поверхность, корреляция уклонов, статистическая линза

Статья поступила: 24.09.2020
Принята к публикации: 06.10.2020

Statistical Lens Development When Taking Into Account Wave Correlation of Randomly Uneven Surface

V. P. Budak, A. V. Grimailo
National Research Univarsity "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russia

The article is devoted to modelling a randomly uneven surface, taking into account the correlation of slopes. The facts of observation of the underwater relief from space are presented, and an explanation is proposed based on the assumption that a statistical lens can form on the water surface. A spectral representation method is described, which allows one to construct random surfaces with a given correlation function. This method is implemented in the MATLAB software environment. To check the program, the relief of the CD-ROM was reproduced, obtained using an atomic force microscope. As a next step, a disturbed water surface is simulated, which acts on the transmitted rays like a real optical lens. The results obtained confirm the possibility of the formation of giant lenses on the surface of the seas and oceans, thus helping to distinguish the bottom topography from space.

Keywords: randomly uneven surface, slope correlation, statistical lens

Received on: 24.09.2020
Accepted on: 06.10.2020

ВВЕДЕНИЕ

В августе 1965 года, выполняя миссию Джемини-5, американский астронавт Л. Г. Купер смог наблюдать подводный рельеф сквозь толщу воды. В итоговом отчете [1] о миссии он

INTRODUCTION

In August 1965, on the Gemini 5 mission, the American astronaut L. G. Cooper was able to observe the underwater relief through the water column. In the final report [1] on the mission, he reported that the topography of the coastal bottom and the struc-

сообщил, что с космической орбиты была различима топография прибрежного дна и структура подводных течений вблизи полуострова Калифорния.

Начиная с этого времени было накоплено большое количество подобных свидетельств. Так, в июне 1970 года А. Г. Николаев и В. И. Севастьянов на борту космического корабля «Союз-9» первыми из советских космонавтов столкнулись с этим явлением [2]. Они увидели, как южноамериканский континент уступами опускается в океан и как из космоса в океане просматривается продолжение реки Амазонка. После этого было зафиксировано еще несколько подобных случаев [2]:

- в августе 1974 года Г. В. Сарафанов и Л. С. Демин наблюдали на глубинах в сотни метров дно Мозамбикского пролива, который отделяет остров Мадагаскар от континента Африка;
- в июне 1975 года П. И. Климук и В. И. Севастьянов при пролете над Атлантическим океаном от острова Нью-Фаундленд до Канарских островов хорошо видели океанские течения и дно океана в районе мелей;
- в июне 1978 года члены основного экипажа второй экспедиции орбитальной станции «Салют-6» В. В. Коваленок и А. С. Иванченков наблюдали подводный рельеф дна Тихого океана на глубинах до четырехсот метров.

В качестве наглядного примера этого явления можно привести снимок [3] северо-восточной части Каспийского моря (рис. 1), полученный со спутника. В этой мелководной зоне с глубинами до пяти-восьми метров хорошо отразился рельеф дна.

В настоящее время такой эффект не является еще до конца изученным, а среди версий о причинах его возникновения нельзя выделить единственно верную. По мнению авторов, наиболее вероятной из них представляется версия, связанная с формированием так называемой статистической (или стохастической) линзы – состоянием, при котором взволнованная поверхность воды воздействует на проходящие сквозь нее лучи света подобно реальной оптической линзе.

Изучение этого явления тем более важно, что оно может сыграть значительную роль при решении многих других проблем, связанных с переносом излучения. Одной из наиболее

ture of underwater currents near the California Peninsula were discernible from space orbit.

Since that time, a large amount of similar evidence has been accumulated. Thus, in June 1970, A. G. Nikolaev and V. I. Sevastiyanov, aboard the Soyuz 9 spacecraft, were the first Soviet cosmonauts to encounter this phenomenon [2]. They saw how the South American continent descends into the ocean, and how the continuation of the Amazon River is visible from space in the ocean. After that, several more similar cases were recorded [2]:

- in August 1974 G. V. Sarafanov and L. S. Demin observed at depths of hundreds of meters the bottom of the Mozambique Strait, which separates the island of Madagascar from the continent of Africa;
- in June 1975, P. I. Klimuk and V. I. Sevastiyanov, when flying over the Atlantic Ocean from New Foundland Island to the Canary Islands, clearly saw the ocean currents and the ocean floor in the shallow area;
- in June 1978, members of the main crew of the second expedition of the Salyut-6 orbital station V. V. Kovalenok and A S. Ivanchenkov observed the underwater topography of the Pacific Ocean floor at depths of up to four hundred meters.

As an illustrative example of this phenomenon, one can cite a satellite image [3] of the northeastern part of the Caspian Sea (Fig. 1). In this shal-

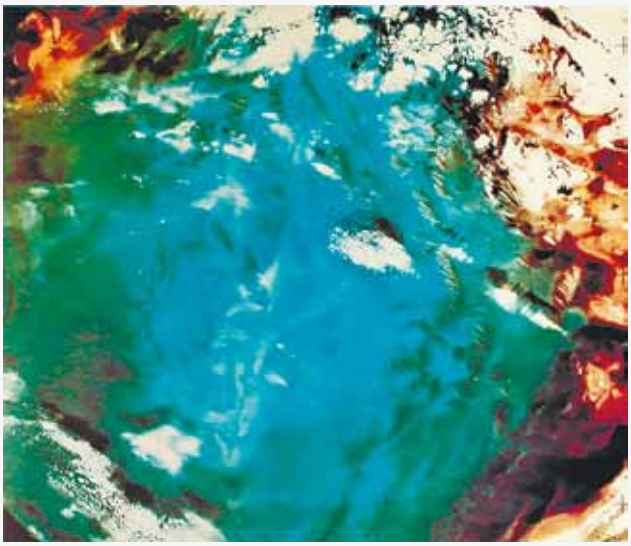

Рис. 1. *Северовосточная часть Каспийского моря [3]*
Fig. 1. *North-eastern part of the Caspian Sea [3]*

важных, в контексте данного обсуждения, является задача построения модели отражающей поверхности.

При ее создании важно учитывать, что свет отражается не только от граней поверхности материала, но и от самого объема материала: свет проникает в подповерхностные слои вещества, где рассеивается на частицах, а затем снова выходит в окружающее пространство. Поэтому наиболее подходящим способом построения модели отражающей поверхности представляется ее интерпретация в виде рассеивающего слоя, ограниченного снизу диффузной подложкой, а сверху – случайно неровной френелевской границей [4].

Известно много работ, затрагивающих вопрос построения случайно неровной поверхности (СНП), в том числе и с учетом корреляции уклонов (например [5, 6]). Несмотря на изобилие подобных работ, до сих пор не было проведено детального исследования того, как учет корреляции влияет на прохождения излучения через СНП. Целью настоящей работы является ответ на данный вопрос.

ПОСТРОЕНИЕ КОРРЕЛИРОВАННОЙ СЛУЧАЙНО НЕРОВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Для моделирования случайно неровной поверхности мы использовали метод спектрального представления. Основная идея данного метода [7] состоит в получении численной модели случайного процесса $x(t)$ с корреляционной функцией $B(x)$ путем аппроксимации стохастического интеграла

$$x(t)=\int_0^{+\infty}\cos(t\lambda)\xi(d\lambda)+\int_0^{+\infty}\sin(t\lambda)\eta(d\lambda),$$

$$B(x)=\int_0^{+\infty}\cos(t\lambda)\nu(d\lambda),$$

где $\xi(d\lambda)$, $\eta(d\lambda)$ – вещественные ортогональные стохастические меры на полуоси $[0,+\infty)$; $\nu(d\lambda)=2\mu(d\lambda)$; $\xi(d\lambda)=2\,\mathrm{Re}\,\zeta(d\lambda)$; $\eta(d\lambda)=-2\,\mathrm{Im}\,\zeta(d\lambda)$; $\zeta(d\lambda)$ – стохастическая спектральная мера процесса $x(t)$.

В рассматриваемом случае было необходимо построить численную модель коррелированной случайно неровной поверхности, которую можно рассматривать как однородное изотропное случайное поле на плоскости.

Обозначим $\Psi(x)$ случайное вещественное поле с корреляционной функцией $B(x)$, для которой задано в общем случае разложение

low water zone with depths of up to five to eight meters, the bottom topography is well reflected.

Currently, this effect is not yet fully studied, and among the versions about the causes of its occurrence, it is impossible to single out the only true one. According to the authors, the most probable of them seems to be the version associated with the formation of the so-called statistical (or stochastic) lens, a state in which the agitated surface of water affects the light rays passing through it like a real optical lens.

The study of this phenomenon is all the more important because it can play a significant role in solving many other problems associated with radiation transfer. One of the most important, in the context of this discussion, is the task of building a model of a reflective surface.

When creating it, it is important to take into account that light is reflected not only from the edges of the surface of the material, but also from the bulk of the material itself: the light penetrates into the subsurface layers of the substance, where it is scattered on particles, and then exits back into the surrounding space. Therefore, the most appropriate way of constructing a model of a reflecting surface is its interpretation in the form of a scattering layer bounded from below by a diffuse substrate, and from above by a randomly uneven Fresnel boundary [4].

There are many papers that touch on the issue of constructing a randomly uneven surface (RUS), including taking into account the correlation of slopes (e. g., [5, 6]). Despite the abundance of such works, so far no detailed study has been carried out on how taking into account the correlation affects the transmission of radiation through the RUS. The aim of this work is to answer this question.

PLOTTING A CORRELATED RANDOMLY UNEVEN SURFACE

We used the spectral representation method to simulate a randomly uneven surface. The main idea of this method [7] is to obtain a numerical model of a random process $x(t)$ with a correlation function $B(x)$ by approximating the stochastic integral

$$x(t)=\int_0^{+\infty}\cos(t\lambda)\xi(d\lambda)+\int_0^{+\infty}\sin(t\lambda)\eta(d\lambda),$$

$$B(x)=\int_0^{+\infty}\cos(t\lambda)\nu(d\lambda),$$

where $\xi(d\lambda)$, $\eta(d\lambda)$ are real orthogonal stochastic measures on the semiaxis $[0,+\infty)$; $\nu(d\lambda)=2\mu(d\lambda)$;

$$B(x)=\int_0^{+\infty}\cos(\lambda x)p(\lambda)d\lambda, \quad (1)$$

где $p(\lambda)$ – спектральная плотность; $x,\lambda\in\mathbb{R}_n$. Далее для более простого вида формул будем считать, что математическое ожидание $M\Psi(x)=0$, а дисперсия $D\Psi(x)=1$.

В случае конечного спектра, то есть когда

$$B(x)=\sum_{k=1}^{N}p_k\cos(\lambda_k x),$$

требуемое поле $\Psi(x)$ можно построить [8] по формуле

$$\Psi(x)=\sum_{k=1}^{N}\sqrt{p_k}\left[\xi_k\sin(\lambda_k x)+\eta_k\cos(\lambda_k x)\right], \quad (2)$$

где $(\xi k,\ \eta k)$ – независимые в совокупности стандартные гауссовские случайные величины; $k=1,2,\ldots,N$. Это представление можно использовать для построения поля с непрерывным спектром на основе какой-либо квадратурной формулы

$$B(x)=\int_0^{+\infty}\cos(\lambda x)p(\lambda)d\lambda\approx\sum_{k=1}^{N}p_k\cos(\lambda_k x)$$

с неотрицательными коэффициентами, сумма которых равна единице.

Разобьем пространство $\mathbb{R}_n$ на части $D_1,\ldots,D_N$ и пусть случайные точки $\lambda_1,\ldots,\lambda_N$ распределены в этих частях в соответствии с плотностями

$$p_k(\lambda)=p(\lambda)/\int_{D_k}p(\lambda)d\lambda,\ \ \lambda\in D_k\,.$$

Тогда в силу (1) имеем

$$B(x)=M\sum_{k=1}^{N}p_k\cos(\lambda_k x_k),\ p_k=\int_{D_k}p(x)dx.$$

Часто при решении практических задач изучаемые свойства решения с необходимой точностью вполне определяются корреляционной функцией исходного поля [8]. В этом случае можно считать $N=1$, $D_1=R_n$.

Рассмотрим далее конкретный пример моделирования случайно неровной поверхности с корреляционной функцией $B(r)=\exp(-k_0 r)$, где k_0 – постоянная и $r^2=x^2+y^2$. Учитывая предполагаемую изотропность случайно неровной поверхности (то есть наличие осевой симметрии), переходим от косинус-преобразования Фурье к преобразованию Ганкеля. В этом случае спектральное разложение корреляционной функции $B(r)$ принимает следующий вид:

$\xi(d\lambda)=2\,\mathrm{Re}\,\zeta(d\lambda)$; $\eta(d\lambda)=-2\,\mathrm{Im}\,\zeta(d\lambda)$; $\zeta(d\lambda)$ is the stochastic spectral measure of the process $x(t)$.

In the case under consideration, it was necessary to construct a numerical model of a correlated randomly uneven surface, which can be considered as a homogeneous isotropic random field on a plane.

We denote as $\Psi(x)$ a random real field with the correlation function $B(x)$, for which the expansion is given in the general case

$$B(x)=\int_0^{+\infty}\cos(\lambda x)p(\lambda)d\lambda, \quad (1)$$

where $p(\lambda)$ is the spectral density; $x,\lambda\in\mathbb{R}_n$. Further, for a simpler form of formulas, we will assume that the mathematical expectation $M\Psi(x)=0$, and the variance $D\Psi(x)=1$.

In the case of a finite spectrum, that is, when

$$B(x)=\sum_{k=1}^{N}p_k\cos(\lambda_k x),$$

the required field $\Psi(x)$ can be constructed [8] by the formula

$$\Psi(x)=\sum_{k=1}^{N}\sqrt{p_k}\left[\xi_k\sin(\lambda_k x)+\eta_k\cos(\lambda_k x)\right], \quad (2)$$

where $(\xi k,\ \eta k)$ are collectively independent standard Gaussian random variables; $k=1,2,\ldots,N$. This representation can be used to construct a field with a continuous spectrum based on some quadrature formula

$$B(x)=\int_0^{+\infty}\cos(\lambda x)p(\lambda)d\lambda\approx\sum_{k=1}^{N}p_k\cos(\lambda_k x)$$

with non-negative coefficients, the sum of which is equal to one.

We split the space $\mathbb{R}_n$ into parts $D_1,\ldots,D_N$ and let random points $\lambda_1,\ldots,\lambda_N$ be distributed in these parts according to the densities

$$p_k(\lambda)=p(\lambda)/\int_{D_k}p(\lambda)d\lambda,\ \ \lambda\in D_k\,.$$

Then, by virtue of (1), we have:

$$B(x)=M\sum_{k=1}^{N}p_k\cos(\lambda_k x_k),\ p_k=\int_{D_k}p(x)dx.$$

When solving practical problems, the studied properties of the solution are often determined with the required accuracy by the correlation function of the initial field [8]. In this case, we can assume $N=1$, $D_1=R_n$.

Let us further consider a specific example of modelling a randomly uneven surface with the

$$B(r)=\int_0^\infty p(\lambda)\lambda J_0(r\lambda)d\lambda,$$

где J_0 – функция Бесселя первого рода.

Проведя стандартные операции и воспользовавшись [9, 10], можно получить формулу, которая примет окончательный вид, если ввести усреднение по реализациями и предусмотреть случай, когда $D\Psi(x)\neq 1$. С этим преобразованиями выражение для моделирования $\Psi(x, y)$ запишется как

$$\Psi(x,y)=\frac{\sigma}{\sqrt{M}}\sum_{m=1}^{M}\sqrt{-2\ln\alpha'_m}\times$$
$$\times\cos\left[k_0\sqrt{\frac{\beta_m^2}{1-\beta_m^2}}\left(x\cos 2\pi\gamma_m+y\sin 2\pi\gamma_m\right)-2\pi\alpha''_m\right], \quad (4)$$

где σ – стандартное отклонение.

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предложенная в предыдущем разделе модель построения коррелированной случайно неровной поверхности была реализована в программной среде Mathworks MATLAB. Однако, чтобы сделать данную модель более «гибкой», окончательный вид поверхности $\Psi_\Sigma(x, y)$ строится в виде наложения (суперпозиции) двух поверхностей Ψ_1 и Ψ_2, полученных по формуле с разными параметрами

$$\Psi_\Sigma(x, y)=\Psi(x, y\,|\,\omega_1)+\Psi(x, y\,|\,\omega_2),$$

где ω – точка в фазовом пространстве $\Phi=\{M, \sigma, k_0\}$.

Такая модификация дает возможность путем подбора тех или иных параметров строить поверхности различного вида, которые сохраняют свои статистические свойства. Например, таким образом можно построить гладко отшлифованную зеркальную поверхность или взволнованную поверхность океана с мелкой рябью.

Чтобы проверить правильность работы программы, полученной после реализации модели в MATLAB, и оценить ее возможности, нами был воспроизведен рельеф реальной поверхности с помощью атомно-силового сканирующего микроскопа. В качестве образца для эксперимента использовался фрагмент диска CD-ROM. Ниже приведен полученный рельеф поверхности образца (рис. 2).

correlation function $B(r)=\exp(-k_0 r)$, where k_0 is a constant and $r^2=x^2+y^2$. Taking into account the assumed isotropy of a randomly uneven surface (that is, the presence of axial symmetry), we pass from the cosine Fourier transform to the Hankel transform. In this case, the spectral expansion of the correlation function $B(r)$ takes the following form

$$B(r)=\int_0^\infty p(\lambda)\lambda J_0(r\lambda)d\lambda,$$

where J_0 is the Bessel function of the first kind.

Carrying out standard operations and using [9, 10], one can obtain a formula that will take its final form if we introduce averaging over realizations and provide for the case when $D\Psi(x)\neq 1$. With these transformations, the expression for modelling $\Psi(x, y)$ is written as

$$\Psi(x,y)=\frac{\sigma}{\sqrt{M}}\sum_{m=1}^{M}\sqrt{-2\ln\alpha'_m}\times$$
$$\times\cos\left[k_0\sqrt{\frac{\beta_m^2}{1-\beta_m^2}}\left(x\cos 2\pi\gamma_m+y\sin 2\pi\gamma_m\right)-2\pi\alpha''_m\right], \quad (4)$$

where σ is the standard deviation.

SOFTWARE IMPLEMENTATION OF THE MODEL AND ANALYSIS OF RESULTS

The model proposed in the previous section for constructing a correlated randomly uneven surface

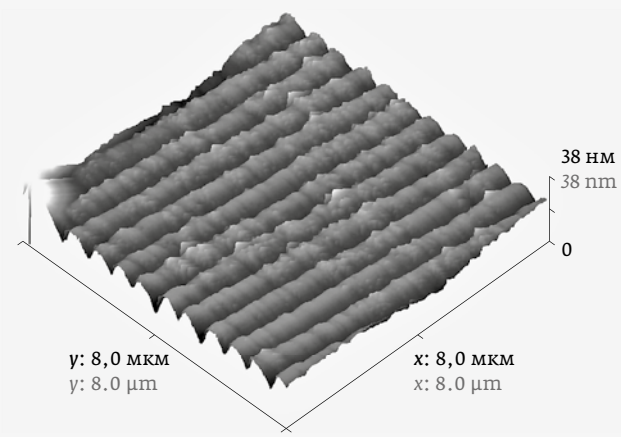

Рис. 2. *Рельеф поверхности CD-ROM, полученный с помощью атомно-силового микроскопа*

Fig. 2. *Relief of the surface of the CD-ROM, obtained using an atomic force microscope*

Для получения поверхности $\Psi_\Sigma(x, y)$ похожего вида, были подобраны следующие параметры ω_1 и ω_2:

$$\omega_1 = \{M = 1,\ \sigma = 2,\ k_0 = 1{,}09\},$$

$$\omega_1 = \{M = 100,\ \sigma = 0{,}6,\ k_0 = 1\}.$$

Одна из реализаций поверхности, полученной с такими параметрами, может иметь вид, который представлен на рис. 3.

Следующим шагом является подбор таких параметров СНП, при которых можно было бы наблюдать появление статистической линзы. В результате многочисленного воспроизведения случайных поверхностей с различными значениями ω нам удалось зафиксировать этот эффект.

Реализация случайной поверхности с параметрами

$$\omega_1 = \{M = 500,\ \sigma = 11{,}25,\ k_0 = 0{,}025\},$$

$$\omega_1 = \{M = 100,\ \sigma = 0{,}2,\ k_0 = 3\}$$

может выглядеть, как показано на рис. 4. Этот вариант воспроизводит относительно слабо взволнованную поверхность воды с мелкой рябью (известно, что зафиксировать из космоса подводный рельеф на снимках можно

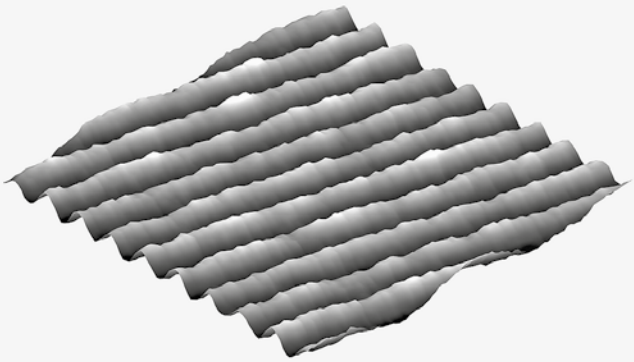

Рис. 3. *Рельеф поверхности CD-ROM, полученный с помощью программы*

Fig. 3. *Surface relief of CD-ROM, obtained using the calculation program*

was implemented in the Mathworks MATLAB software environment. However, in order to make this model more "flexible", the final appearance of the surface $\Psi_\Sigma(x, y)$ is constructed as an overlay (superposition) of two surfaces Ψ_1 and Ψ_2 obtained by formula (4) with different parameters of

$$\Psi_\Sigma(x, y) = \Psi(x, y \mid \omega_1) + \Psi(x, y \mid \omega_2),$$

where ω is a point in the phase space $\Phi = \{M, \sigma, k_0\}$.

Such a modification makes it possible, by selecting certain parameters, to construct surfaces of various types that retain their statistical properties. For example, in this way you can build a smoothly polished mirror surface or an undulating ocean surface with fine ripples.

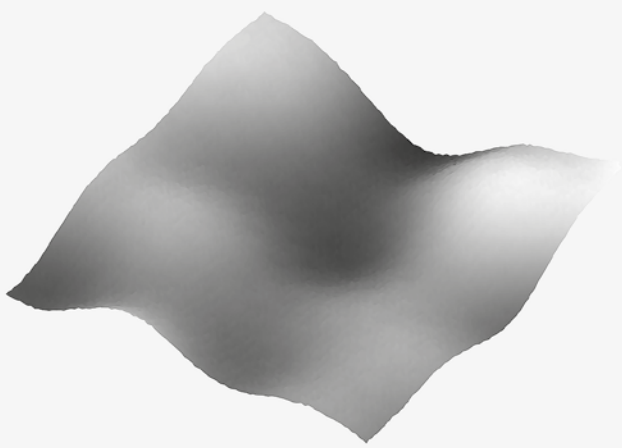

Рис. 4. *Взволнованная поверхность воды с мелкой рябью*

Fig. 4. *Rough water surface with fine ripples*

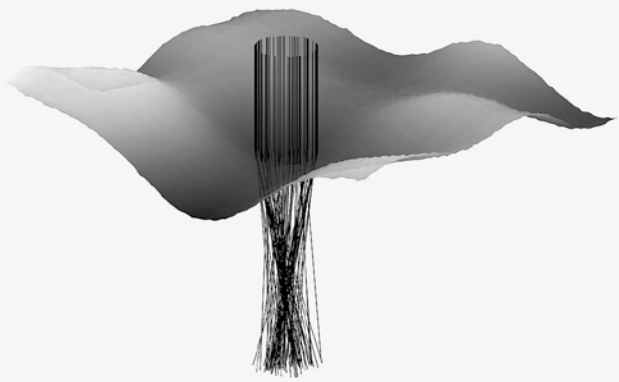

Рис. 5. *Ход лучей через взволнованную поверхность*

Fig. 5. *Path of rays through an agitated surface*

Рис. 6. *Изображение светящего кольца на экране*
Fig. 6. *Image of a luminous ring on the screen*

в довольно редких случаях; непременными условиями при этом являются высокая прозрачность воды и штилевая погода [11]).

Если над центром углубления расположить кольцевой источник параллельных лучей, то проследив их ход после преломления данной поверхностью (показатель преломления воды $n=1{,}33$), можно увидеть, что большинство лучей сходится на некотором расстоянии от СНП (рис. 5). Поместив в месте схождения лучей экран, увидим изображение светящего кольца (рис. 6), хотя и в некоторой степени размытое по сравнению с исходным.

Отдельное внимание стоит уделить вопросу решения задачи поиска точек пересечения лучей со случайно неровной поверхностью. Задача сама по себе является достаточно сложной. Простой перебор параметров элементов поверхности и определение принадлежности им точек пересечения луча с соответствующими плоскостями может давать ответ со значительной погрешностью из-за накопления машинной ошибки, а решение занимает значительное вычислительное время.

Хотя в рассмотренном примере ввиду его простоты можно было ограничиться тривиальным подходом, авторы решили использовать более универсальный способ с точки зрения времени счета, чтобы в дальнейшем использовать данную модель при решении более сложных задач.

To check the correct operation of the program, obtained after the implementation of the model in MATLAB, and to evaluate its capabilities, we reproduced the relief of a real surface using an atomic force scanning microscope. A fragment of a CD ROM was used as a sample for the experiment. Below is the obtained surface relief of the sample (Fig. 2).

To obtain a surface $\Psi_\Sigma(x, y)$ of a similar type, the following parameters ω_1 and ω_2 were selected:

$$\omega_1=\{M=1,\ \sigma=2,\ k_0=1{,}09\},$$

$$\omega_1=\{M=100,\ \sigma=0{,}6,\ k_0=1\}.$$

One of the implemented surfaces obtained with such parameters can have the form shown in Fig. 3.

The next step is the selection of such parameters of the RUS, at which it would be possible to observe the appearance of a statistical lens. As a result of numerous reproduction of random surfaces with different values, we were able to capture this effect.

Implementation of a random surface with parameters

$$\omega_1=\{M=500,\ \sigma=11{,}25,\ k_0=0{,}025\},$$

$$\omega_1=\{M=100,\ \sigma=0{,}2,\ k_0=3\}$$

might look like shown in Fig. 4. This option reproduces a relatively weakly agitated water surface with fine ripples (it is known that it is possible to record the underwater relief on images from space in rather rare cases; high transparency of water and calm weather are essential conditions [11]).

If an annular source of parallel rays is placed above the centre of the depression, then tracing their course after refraction by this surface (refractive index of water $n=1.33$), one can see that most of the rays converge at some distance from the RUS (Fig. 5). Having placed a screen at the place where the rays converge, we will see the image of the luminous ring (Fig. 6), although to some extent it is blurred in comparison with the original one.

Special attention should be paid to the problem of finding the intersection points of rays with a randomly uneven surface. The task itself is quite complex. A simple enumeration of the parameters of the surface elements and determination of their belonging to the points of intersection of the ray

Для определения координат точек пересечения исходная СНП аппроксимируется поверхностью $F(\vec{r})=0$, для которой затем решается система уравнений относительно ξ

$$\begin{cases} F(\vec{r})=0; \\ \vec{r}=\vec{r}_0+\xi\vec{\hat{I}}. \end{cases}$$

Данная система сводится к нелинейному уравнению с одной неизвестной, так как аппроксимирующая поверхность $F(\vec{r})=0$ задается в явном виде как $z=f(x,y)$. Однако полученное уравнение в общем случае может иметь большое число корней, а потому на передний план выходит оценка начального значения ξ.

В рассматриваемом случае эта задача решается путем разбиения области определения функции $f(\xi): F\left(\vec{r}_0+\xi\vec{\hat{I}}\right)=0$ на множество частей и перемножением между собой значений функции на соответствующих границах соседних отрезков. После чего выбирается ближайший к нулю справа отрезок, на котором функция $f(\xi)$ изменяет свой знак. На этом отрезке уточняется значение ξ с помощью метода бисекции.

Этот метод можно векторизовать и таким образом искать координаты точек пересечения сразу для всех лучей, что является его большим преимуществом. К недостаткам же следует отнести вероятность пропуска корней. Однако такой подход по своей природе соответствует решаемой задаче, а разбиение области определения функции $f(\xi)$ на достаточно мелкие части позволяет рассматривать вероятность пропуска корня как пренебрежимо малую.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные в настоящей работе результаты показывают, что масштабные водные поверхности (такие как море или океан) действительно могут формировать при определенных условиях гигантские линзы, через которые можно наблюдать из космоса объекты, расположенные глубоко под водой.

Кроме того, пример с водной поверхностью и поверхностью CD-ROM говорит об универсальности модели, благодаря ее способности формировать поверхности различной при-

with the corresponding planes can give an answer with a significant error due to the accumulation of machine error, and the solution takes significant computational time.

Although in the considered example, due to its simplicity, it was possible to restrict oneself to a trivial approach, the authors decided to use a more universal method in terms of the computation time in order to further use this model in solving more complex problems.

To determine the coordinates of the intersection points, the original RUS is approximated by the surface $F(\vec{r})=0$, for which the system of equations with respect to ξ is then solved

$$\begin{cases} F(\vec{r})=0; \\ \vec{r}=\vec{r}_0+\xi\vec{\hat{I}}. \end{cases}$$

This system is reduced to a nonlinear equation with one unknown, since the approximating surface $F(\vec{r})=0$ is specified explicitly as $z=f(x,y)$. However, the resulting equation in the general case can have a large number of roots, and therefore the estimate of the initial value ξ comes to the fore.

In the case under consideration, this problem is solved by dividing the domain of definition of the function $f(\xi): F\left(\vec{r}_0+\xi\vec{\hat{I}}\right)=0$ into a set of parts and multiplying the values of the function on the corresponding boundaries of adjacent segments. After that, the segment closest to zero on the right is selected, on which the function $f(\xi)$ changes its sign. On this segment, the value of ξ is refined using the bisection method.

This method can be vectorized and thus search for the coordinates of intersection points for all rays at once, which is its great advantage. The disadvantages include the likelihood of missing roots. However, such an approach by its nature corresponds to the problem being solved, and the partition of the domain of definition of the function $f(\xi)$ into sufficiently small parts allows us to consider the probability of missing a root as negligible.

CONCLUSION

The results presented in this work show that large-scale water surfaces (such as the sea or the ocean) can indeed form, under certain conditions, giant lenses through which one can observe from space objects located deep under water.

роды возникновения неровностей и их различного вида.

В качестве следующих этапов развития модели можно рассматривать включение в нее рассеяния в объеме вещества, находящегося под поверхностью. В будущем это откроет путь для разработки универсальной модели отражения света от реальной поверхности.

Также перспективным представляется развитие и использование метода моделирования случайно неровной поверхности, предложенного в [12]. Его суть состоит в моделировании не самой СНП, а только точек пересечения лучей с нею. Такой подход позволит существенно сократить время вычислений по сравнению со стандартными методами.

In addition, the example with the water surface and the surface of the CD-ROM speaks of the versatility of the model, due to its ability to form surfaces of various origins of irregularities and their different types.

As the next stages in the development of the model, we can consider the inclusion of scattering in the volume of the substance under the surface. In the future, this will pave the way for the development of a universal model for the reflection of light from a real surface.

Also promising is the development and use of the method of modelling a randomly uneven surface, proposed in [12]. Its essence consists in modelling not the RUS itself, but only the points of intersection of the rays with it. This approach will significantly reduce the computation time compared to standard methods.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gemini Program Mission Report*. Gemini V. Huston, 1965.
2. **Лазарев А. И., Севастьянов В. И.** Лицом к лицу лица не увидать. *Наука и жизнь*. 1987; 9: 27–32. ISSN 0028-1263.
3. *Дешифрирование многозональных аэрокосмических снимков. Методика и результаты*. – М.; Берлин: Наука; Академи-ферлаг, 1982. 83 с.
4. **Budak V. P., Grimailo A. V.** The model of reflective surface based on the scattering layer with diffuse substrate and randomly rough Fresnel boundary. CEUR Workshop Proc. 2019; 2485: 198–201. DOI: 10.30987/graphicon-2019-2-198-201.
5. **Gartley M. G., Brown S. D., Schott J. R.** Micro-scale surface and contaminate modeling for polarimetric signature prediction. *Polariz. Meas. Anal. Remote Sens. VIII*. 2008; 6972: 697213. DOI: 10.1117/12.801904.
6. **Gartley M. G., Schott J. R., Brown S. D.** Micro-scale modeling of contaminant effects on surface optical properties. *Imaging Spectrom. XIII*. 2008; 7086: 70860H. DOI: 10.1117/12.796428.
7. **Пригарин С. М.** *Модели случайных процессов и полей в методах Монте-Карло*. Palmarium Academic Publishing. 2014. 160 с. ISBN 978-3-659-98980-3.
8. **Михайлов Г. А.** Численное построение случайного поля с заданной спектральной плотностью. *Докл. АН СССР*. 1978; 238 (4): 793–795.
9. **Ермаков С. М., Михайлов Г. А.** *Курс статистического моделирования*. – М.: Наука. 1976. 320 с.
10. **Корн Г., Корн Т.** *Справочник по математике* (для научных работников и инженеров). – М.: Наука. 1974. 832 с.
11. **Показеев К. В., Чаплина Т. О., Чашечкин Ю. Д.** *Оптика океана: Учебное пособие*. – М.: МАКС Пресс. 2010. 216 с. ISBN 978-5-317-03439-9.
12. **Kargin B. A., Rakimgulov K. B.** A weighting Monte Carlo method for modelling the optical radiation field in the ocean-atmosphere system. *Russ. J. Numer. Anal. Math. Model*. 1992. 7 (3): 221–240.

Авторы декларируют распределением вклада каждого в общую работу: Будак В. П. – руководство работой и обсуждение результатов, Гримайло А. В. – формулировка и реализация алгоритма.

REFERENCES

1. *Gemini Program Mission Report*. Gemini V. Huston, 1965.
2. **Lazarev A. I., Sevast'janov V. I.** Licom k licu lica ne uvidat'. *Nauka i zhizn'*. 1987; 9: 27–32. (In Russ.) ISSN 0028–1263.
3. *Deshifrirovanie mnogozonal'nykh aehrokosmicheskikh snimkov. Metodika i rezul'taty*. – M.; Berlin: Nauka; Akademi-ferlag, 1982. 83 p. (In Russ.)
4. **Budak V. P., Grimailo A. V.** The model of reflective surface based on the scattering layer with diffuse substrate and randomly rough Fresnel boundary. CEUR Workshop Proc. 2019; 2485: 198–201. DOI: 10.30987/graphicon-2019-2-198-201.
5. **Gartley M. G., Brown S. D., Schott J. R.** Micro-scale surface and contaminate modeling for polarimetric signature prediction. *Polariz. Meas. Anal. Remote Sens. VIII*. 2008; 6972: 697213. DOI: 10.1117/12.801904.
6. **Gartley M. G., Schott J. R., Brown S. D.** Micro-scale modeling of contaminant effects on surface optical properties. *Imaging Spectrom. XIII*. 2008; 7086: 70860H. DOI: 10.1117/12.796428.
7. **Prigarin S. M.** *Modeli sluchajjnykh processov i polejj v metodakh Monte-Karlo*. Palmarium Academic Publishing, 2014. 160 p. (In Russ.) ISBN 978-3-659-98980-3.
8. **Mikhajjlov G. A.** Chislennoe postroenie sluchajjnogo polja s zadannojj spektral'nojj plotnost'ju. *Dokl. AN SSSR*. 1978; 238(4): 793–795. (In Russ.)
9. **Ermakov S. M., Mikhajjlov G. A.** *Kurs statisticheskogo modelirovanija*. – M.: Nauka, 1976. 320 p.
10. **Korn G., Korn T.** *Spravochnik po matematike* (dlja nauchnykh rabotnikov i inzhenerov). – M.: Nauka. 1974. 832 p. (In Russ.)
11. **Pokazeev K. V., Chaplina T. O., Chashechkin Ju. D.** *Optika okeana: Uchebnoe posobie*. – M.: MAKS Press. 2010. 216 p. (In Russ.) ISBN 978-5-317-03439-9.
12. **Kargin B. A., Rakimgulov K. B.** A weighting Monte Carlo method for modelling the optical radiation field in the ocean-atmosphere system. *Russ. J. Numer. Anal. Math. Model*. 1992. 7(3): 221–240.

The authors declare the distribution of the contribution of each to the mutual work: Budak V. P. – research administration and discussion of results, Grimailo – formulation and implementation of the algorithm.

АВТОРЫ

Будак Владимир Павлович, д.т.н., профессор, кафедра светотехники, Национальный исследовательский университет «МЭИ», E-mail: BudakVP@gmail.com, Москва, Россия.
ORCID iD: 0000-0003-4750-0160
ResearcherID: G-4515–2014
Scopus ID: 10142738100
Гримайло Антон Валентинович, магистр, каф. светотехники, Национальный исследовательский университет «МЭИ», E-mail: GrimailoAV@gmail.com, Москва, Россия.
ORCID iD: 0000-0002-1253-7687
Scopus ID: 57211639687

AUTHORS

Budak Vladimir P., e-mail: BudakVP@gmail.com; Dr. of Tech. Sc., Prof., Lighting Engineering Department, National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russia.
ORCID iD: 0000-0003-4750-0160
ResearcherID: G-4515–2014
Scopus ID: 10142738100
Grimailo Anton V., Master Graduate of the Lighting Engineering Department, e-mail: GrimailoAV@gmail.com; National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Moscow, Russia.
ORCID iD: 0000-0002-1253-7687
Scopus ID: 57211639687