



ИСКУССТВЕННО СОЗДАННАЯ ДИСПЕРСИЯ В ПОЛНОСТЬЮ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ГРАДИЕНТНЫХ НАНОСТРУКТУРАХ: **ЧАСТОТНО-ИЗБИРАТЕЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА И ТУННЕЛЬНЫЕ ШИРОКОПОЛОСНЫЕ ПРОСВЕТЛЯЮЩИЕ ПОКРЫТИЯ**

С.В.Шкатула¹, О.Д.Волпян¹, А.Б.Шварцбург²,
Ю.А.Обод³

Показана нелокальность оптических свойств градиентных диэлектрических нанопленок, обусловленная гладким пространственным распределением показателя преломления, с целью получения особой плазмоподобной дисперсии неполярных диэлектрических пленок, определяемой формой и размерами этого распределения. Разработаны и протестированы градиентные полностью диэлектрические наноструктуры, характеризующиеся искусственно созданной неоднородной нелокальной дисперсией и обеспечивающие широкополосный антиотражающий тунNELьный режим переноса энергии в видимом и инфракрасном диапазонах спектра. Поток волновой энергии в этих структурах поддерживается благодаря интерференции затухающих (эванесцентных) и незатухающих (антиэванесцентных) мод, образованных нефренелевскими отражениями

¹ НПК "Фотрон-Авто", Новоданиловская наб., 8, Москва, 117105, Россия

² Объединенный институт высоких температур РАН, ул. Ижорская, 13/2, Москва, 127412, Россия; Институт космических исследований РАН, ул. Профсоюзная, 84/32, Москва, 117997, Россия; Дальневосточный федеральный университет, ул. Суханова, 8, Владивосток, 690950, Россия

³ НИЦ "Полюс" им. М.Ф. Стельмаха, ул. Введенского, 3, Москва, 117342, Россия.

ARTIFICIAL DISPERSION OF ALL-DIELECTRIC GRADIENT NANOSTRUCTURES: **FREQUENCY-SELECTIVE INTERFACES AND TUNNELING- ASSISTED BROADBAND ANTIREFLECTION COATINGS**

S.V.Shkatula¹, O.D.Volpian¹, A.B.Shvartsburg²,
Yu.A.Obod³

The non-locality of optical properties of gradient dielectric nanofilms, stipulated by smooth spatial distributions of refractive index, is shown to create the peculiar plasma-like dispersion of non-polar dielectric films, determined by the shapes and sizes of these distributions. Gradient all-dielectric nanostructures, characterized by the artificial heterogeneity-induced nonlocal dispersion and providing the broadband antireflection tunneling regime of energy transport in the visible and infrared ranges, are designed and tested. The wave energy flow in these structures is supported due to interference of evanescent and antievanescent modes formed by the non-Fresnel reflections of these modes on the discontinuities of gradient of refractive index on the boundaries of adjacent nanofilms. The transmittance spectra of these structures in the visible and infrared ranges, characterized by strong dispersion nearby the red edge of visible range, almost constant high transmittance in the near infrared range and weak dependence of tunneling energy flow upon the multilayer structure thickness, are calculated; the experimental verifications of these effects are

¹ R&D Company "Fotron-Auto," Novodanilovskaya quay 8, Moscow 117105, Russia

² Joint Institute for High Temperatures Russian Academy of Sciences, Izhorskaya Str., 13/2, Moscow 127412, Russia; Institute of Space Researches Russian Academy of Sciences, Profsoyuznaya Str. 84/32, Moscow 117997, Russia; Far Eastern Federal University, 8 Sukhanova Str., Vladivostok 690950, Russia

³ M.F.Stelmakh Research Center "Pole," Vvedenskogo Str. 3, Moscow 117342, Russia.



этих мод в местах неоднородности градиента показателя преломления на границах смежных нанопленок. Произведены расчеты спектров пропускания этих структур в видимом и ИК-диапазонах, характеризующихся сильной дисперсией рядом с длинноволновым краем видимого диапазона, почти неизменным высоким коэффициентом пропускания в ближнем ИК-диапазоне и слабой зависимостью туннельного потока энергии от толщины многослойной структуры. Представлены экспериментальные подтверждения этих эффектов. Определены перспективы использования туннелирования света в градиентных средах с целью пересмотра парадокса Хартмана. Приведены обсуждения потенциала использования периодических градиентных полностью диэлектрическихnanoструктур для оптимизации конструкции оптических дисперсионных элементов и широкополосных просветляющих покрытий для видимой и ИК-областей спектра.

1. ВВЕДЕНИЕ

Перспективы разработки оптических схем в масштабах нанометрового диапазона в видимом и ИК-диапазонах спектра недавно привлекли внимание научного сообщества, занимающегося проблемами оптики. Этот интерес был обусловлен первыми успехами в разработке оптических аналогов электронных элементов, работающих в микроволновом диапазоне частот. Подобно схемам в микроволновых доменах, включающих в себя элементы, размеры которых меньше рабочих длин волн, были разработаны nanoструктуры с субволновыми размерами для работы на длинах волн оптического диапазона. Физические основы этих оптических схем базируются на электромагнитных

presented. The perspectives to use the tunneling of light in gradient media for reconsideration of Hartman paradox are shown. Potential of periodical gradient all-dielectric nanostructures for optimized design of optical dispersive elements and broadband antireflection coatings for the visible and IR spectral range, respectively, is discussed.

I. INTRODUCTION

Perspectives of optical circuits in nanoscales for the visible and infrared spectral ranges have captured recently the attention of optical community. This attention was inspired by the first successes in design of optical analogies of microwave circuitry elements. Just as circuits at the microwave domain involve the elements, which are smaller than the wavelengths of operation, the nanostructures with the subwavelength dimensions for the optical wavelengths were designed. The physical fundamentals of these optical circuits are based on the electromagnetics of all-dielectric metamaterial structures, operating mainly with the displacement currents. The miniaturized nanometer-scale metamaterial elements with displacement currents were shown to possess the inductance and capacitance, behaving as the nanoinductors and nanocapacitors [1]. The “epsilon-near-zero” and “epsilon-very-large” dielectric composites can provide the platform for elaboration of nanoresistors for lumped optical circuits [2, 3]. Extension of the radio technique concepts to the optical domain paved the way to the generation of magnetic fields at optical frequencies by means of resonant excitation of non-magnetic dielectric nanocylinders [4] and nanospheres [5] by light. Note, that all these



характеристиках полностью диэлектрических метаматериалов, управляемых в основном с помощью токов смещения. Были показаны [1] миниатюрные метаматериалы нанометрового масштаба с токами смещения, обладающие индуктивностью и ёмкостью, которые ведут себя как наноиндуктивности и наноконденсаторы. Диэлектрические композитные структуры с "диэлектрической проницаемостью возле нуля" и "высокой диэлектрической проницаемостью" могут обеспечить базу для разработки нанорезисторов для сложных оптических схем [2, 3]. Применение концепций радиотехники в оптике проложило путь к генерации магнитных полей на оптических частотах с помощью резонансного возбуждения светом немагнитных диэлектрических наноцилиндров [4] и наносфер [5]. Отметим, что все эти элементы могут быть построены из пространственно однородных диэлектрических композитов, характеризующихся некоторым фиксированным значением (положительным или отрицательным) диэлектрической проницаемости. Значительная часть общего интереса к полностью диэлектрическим наноструктурам обусловлена прогрессом в физике и в технологии тонких неоднородных пленок, широко используемых в качестве оптических фильтров [6], просветляющих покрытий [7] и переходных слоев между двумя средами с различными коэффициентами преломления [8]. Традиционно конструкция этих устройств основывается на многослойных структурах с резко чередующимся высоким n_h и низким n_l показателями преломления.

Однако функциональность диэлектрических нанооптических элементов может быть расширена с помощью использования так называемых градиентных диэлектрических структур, отличающихся искусственно созданным пространственным неоднородным непрерывным распределением диэлектрической проницаемости. Гладкие пространственные изменения химических компонентов с низким и высоким показателем преломления в наноплёнках обеспечивают пространственное распределение их показателей преломления, варьирующееся в нанометровом масштабе; эти распределения обеспечивают потенциал для конструирования оптических фильтров [9] и просветляющих покрытий [10]. Способность градиентных метаматериалов управлять распространением электромагнитных волн в масштабах порядка и ниже длины волны, с учётом низких потерь и слабого рассеяния,

elements can be constructed from spatially homogeneous dielectric composites, characterized by some fixed value, both positive or negative, of dielectric permittivity. A substantial part of the general interest to all-dielectric nanostructures is stipulated by the progress in physics and technology of inhomogeneous thin films, widely used as optical filters [6], antireflection coatings [7], and transition layers between two media with different refractive indices [8]. Traditionally, the design of these devices was based on the multilayer structures with steeply alternating high n_h and low n_l refraction indices.

However, the functionality of dielectric nano-optical elements can be broadened essentially due to use of so-called gradient dielectric structures, distinguished by predesigned spatially heterogeneous continuous distribution of dielectric permittivity inside the structure. The smooth spatial changes of chemical components with low and high refractive indices in the nanofilms provides the spatial distributions of their refractive indices, varied at the nanometric scale; these distributions offer the potential for design of optical filters [9] and antireflection coatings [10]. The ability of gradient metamaterials to govern the propagation of electromagnetic waves on and below the wavelength scales, accompanied by low losses and weakened scattering, gives rise to the series of unusual physical effects. Some of these effects open up the new avenues in the elaboration of miniaturized all-dielectric systems, such as the all-dielectric nanoantennas [11], dielectric sensing in waveguide channels [12], and invisibility devices [13]. Formation of gradient all-dielectric nanostructures with the prescribed spatial distributions of refractive index n for the controlled reflectance and transmittance of wave flows is now a challenging task, important for several problems of nanophotonics [14].

Gradient nanostructures, fabricated from the dielectrics without free carriers, possess the strong nonlocal heterogeneity-induced dispersion, determined by the shape, gradient, and curvature of refractive index inside this structure, controlled by the technology of fabrication [15]. The attention is given below to the controlled distribution of refractive index $n(z)$ along the direction z across the plate gradient dielectric nanofilm. Formation of artificial plasma-like dispersion and characteristic frequency Ω in these nanofilms proves to be feasible for some



приводит к росту необычных физических эффектов. Некоторые из этих эффектов открывают новые возможности в разработке миниатюрных полностью диэлектрических систем, таких как наноантенны [11], зонды для волноводов [12], невидимые устройства [13]. Формирование полностью диэлектрических градиентныхnanoструктур с заданным пространственным распределением показателя преломления n для контроля над пропусканием и отражением потоков электромагнитных волн является в настоящий момент сложной задачей, важной для некоторых проблем нанофотоники [14].

Градиентные nanoструктуры, изготовленные из диэлектриков без свободных носителей, обладают сильной нелокальной неоднородно-индцированной дисперсией, определяемой формой, степенью градиента и отклонением показателя преломления внутри структуры, что контролируется технологией изготовления [15]. Далее рассмотрим контролируемое распределение показателя преломления $n(z)$ вдоль оси аппликат градиентной диэлектрической наноплёнки. Формирование искусственной плазмоподобной дисперсии и характеристической частоты Ω в этих наноплёнках оказывается возможным для некоторых профилей $n(z)$; эта частота Ω разделяет спектральные диапазоны, характеризующиеся реальным и мнимым значениями волновых векторов в прозрачных наноплёнках, пропускающих излучение без потерь. Волновая энергия в диапазоне низких частот $\omega \leq \Omega$ распространяется через эти "фотонные барьеры" в тунNELном режиме посредством волн с мнимыми волновыми числами (затухающие моды).

В предлагаемой статье описываются необычные свойства прозрачности градиентных диэлектрических периодических nanoструктур, обусловленные затухающими и незатухающими модами. Теория эффективного переноса излучения через эти структуры представлена в разделе 2, соответствующие экспериментальные данные, показывающие частотно-селективные и просветляющие свойства градиентных нанопленок, представлены в разделе 3. Полученные результаты позволяют пересмотреть (раздел 4) хорошо известный парадокс Хартмана [16] в рамках необычного амплитудно-фазового спектра волн, распространяющихся через градиентный фотонный барьер. В заключение отмечена возможность практического применения этих эффектов для проектирования оптических схем.

profiles of $n(z)$; this frequency Ω separates the spectral ranges, characterized by real and imaginary values of wave vectors in a transparent lossless nanofilm. The wave energy in the low frequency range $\omega \leq \Omega$ is transmitted through these "photonic barriers" in the tunneling regimes by means of waves with the imaginary wave numbers (evanescent modes).

This paper is aimed on the unusual transparency properties of gradient all-dielectric periodical nanostructures stipulated by the evanescent and antievanescence modes. The theory of effective radiation transport through these structures is developed in Sec. II; its experimental verifications, illustrating the frequency-selective and antireflection properties of gradient nanofilms, are presented in Sec. III. The obtained results give the chance to revisit in Sec. IV the well known Hartman paradox¹⁶ in the framework of unusual amplitude-phase spectra of waves, transmitted through the gradient photonic barrier. Some applications of these phenomena for the design of optical circuitry are noted in the Conclusion (Sec. V).

II. EFFECTIVE TRANSPORT OF RADIATION SUPPORTED BY THE EVANESCENT MODES IN THE GRADIENT PERIODICAL NANOSTRUCTURES

We recall here some results exposed in a paper [17]. Consider a simple problem of normal incidence of linearly polarized EM wave with the components E_x and H_y propagating in z -direction, incident on the interface $z=0$ of a lossless dielectric film characterized by continuous distribution of refractive index $n(z) = n_0 U(z)$ across the film. Here, n_0 is the value of refractive index of material on the interface $z=0$. Expressing the field components E_x and H_y through the vector-potential A ($A_x = \Psi, A_y = A_z = 0$) [18]

$$E_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad H_y = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad (1)$$

one can reduce the set of Maxwell equations, related to this geometry, to one equation governing the generating function W ,

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{n_0^2 U^2(z)}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

So far, as this equation will be used for analysis of wave fields in the nanolayers with thickness comparable or less than the wavelengths, any suppositions concerning smallness or slowness



2. ЭФФЕКТИВНЫЙ ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ЗАТУХАЮЩИХ МОД В ГРАДИЕНТНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НАНОСТРУКТУРАХ

Приведем здесь некоторые результаты, изложенные в работе [17]. Рассмотрим простую задачу о нормальном падении линейно поляризованной электромагнитной волны с компонентами E_x и H_y , распространяющейся в z -направлении, падающей в координате $z=0$ на диэлектрическую пленку. Пленка пропускает излучение без потерь и характеризуется непрерывным распределением показателя преломления $n(z)=n_0U(z)$ в попечном направлении: n_0 означает величину показателя преломления материала в координате z_0 . Выражая компоненты поля E_x и H_y через вектор-потенциал $\bar{A}(A_x=\Psi, A_y=A_z=0)$ [18]

$$E_x = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Psi}{\partial t}, H_y = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad (1)$$

можно свести набор уравнений Максвелла, связанных с этой геометрией, к одному уравнению, определяющему функцию Ψ :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - \frac{n_0^2 U^2(z)}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0. \quad (2)$$

Поскольку это уравнение будет использоваться для анализа волнового поля в нанослоях с толщиной, сравнимой или меньшей длины волны, любые предположения относительно малости или медленности изменения полей или среды являются недействительными, при этом требуются точные аналитические решения уравнения (2). Большое множество точных решений, связанных с различными распределениями $U(z)$, представлено в работе [14]; мы будем использовать один из этих результатов, обеспечивая разнообразие таких решений:

$$U(z) = \left(1 + \frac{z}{L_1} - \frac{z^2}{L_2^2} \right)^{-1}. \quad (3)$$

Гибкость формулы (3) связана с взаимодействием двух свободных параметров L_1 и L_2 , имеющих размерность длины; эти пространственные параметры L_1 и L_2 связаны с толщиной слоя d и минимальным значением показателя преломления n_m :

$$L_2 = \frac{d}{2} \left(\frac{n_0}{n_m} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}, L_1 = \frac{d}{4} \left(\frac{n_0}{n_m} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}}, \\ n_m = \frac{n_0}{1+y^2}, y = \frac{L_2}{2L_1}. \quad (4)$$

of variations of fields or media are invalid, and the exact analytical solutions of Eq. (2) are in need. The large family of exact solutions, related to different distributions $U(z)$, is presented in Ref. 14; we will use one of these profiles, providing the diversity of such solutions

$$U(z) = \left(1 + \frac{z}{L_1} - \frac{z^2}{L_2^2} \right)^{-1}. \quad (3)$$

The flexibility of profile (3) is connected with the interplay of two free parameters L_1 and L_2 having the dimension of length; these spatial scales L_1 and L_2 are linked with the layer's thickness d and the minimum value of refractive index n_m

$$L_2 = \frac{d}{2} \left(\frac{n_0}{n_m} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}, L_1 = \frac{d}{4} \left(\frac{n_0}{n_m} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}},$$

$$n_m = \frac{n_0}{1+y^2}, y = \frac{L_2}{2L_1}. \quad (4)$$

Solutions of Eq. (2) with distribution $U(z)$ (3) describe waves with both real and imaginary wave numbers, corresponding, respectively, to propagating and evanescent modes. The spectral ranges related to these regimes are separated by some characteristic frequency Ω , dependent upon the shape and size of profile $U(z)$,

$$\Omega = \frac{2y\sqrt{1+y^2}}{n_0 d}. \quad (5)$$

The frequencies $\omega \geq \Omega$ ($\omega \leq \Omega$) fall to the propagating (evanescent) spectral ranges. The attention will be focused below on the low frequency range $\omega \leq \Omega$. Omitting for simplicity the factor $\exp(-i\omega t)$ and introducing the new variable η , one can present the solution of Eq. (2), describing the field with frequency ω inside the layer as a result of interference of forward (evanescent) and backward (antievanescent) waves,

$$\Psi = \frac{B[\exp(-p\eta) + Q \exp(p\eta)]}{\sqrt{U(z)}}, \eta = \int_0^z U(z_1) dz_1, \quad (6)$$

$$p = \frac{\omega n_e}{c}, n_e = n_0 \sqrt{u^2 - 1}, u = \frac{\Omega}{\omega} \geq 1. \quad (7)$$

Substitution of this function Ψ to the equalities (1) brings the components of EM field inside the gradient layer. Parameter Q , describing the contribution of the backward wave to the entire field inside the layer, has to be found from the



Решения уравнения (2) с распределением $U(z)$ (3) описывают волны с действительными и мнимыми волновыми числами, соответствующие распространению и затуханию мод. Спектральные диапазоны, связанные с этими режимами, разделяются некоторой характеристической частотой Ω и зависят от формы и размера функции $U(z)$:

$$\Omega = \frac{2y\sqrt{1+y^2}}{n_0 d}. \quad (5)$$

Частоты $\omega \geq \Omega$ ($\omega \leq \Omega$) соответствуют распространяющемуся (затухающему) спектральным диапазонам. В дальнейшем основное внимание будет сосредоточено на диапазоне низких частот $\omega \leq \Omega$. Опуская для простоты множитель $\exp(-i\omega t)$ и вводя новую переменную η , можно представить решение уравнения (2), описывая поле с частотой ω внутри слоя как результат интерференции прямой (затухающей) и обратной (незатухающей) волн:

$$\Psi = \frac{B[\exp(-pn\eta) + Q \exp(pn\eta)]}{\sqrt{U(z)}}, \eta = \int_0^z U(z_1) dz_1, \quad (6)$$

$$p = \frac{\omega n_e}{c}, n_e = n_0 \sqrt{u^2 - 1}, u = \frac{\Omega}{\omega} \geq 1. \quad (7)$$

Подстановка функции Ψ в уравнение (1) позволяет определить компоненты электромагнитного поля внутри градиентного слоя. Параметр Q , описывающий вклад обратной волны в поле внутри слоя, должен быть найден из условия непрерывности на границах слоя. Важно, чтобы в градиентном диэлектрике волны с мнимыми волновыми числами возникали в прозрачной среде с действительным положительным значением показателя преломления; в данной статье соотношение для показателя преломления обеспечивает плазмоподобную дисперсию диэлектрического слоя без свободных носителей; характеристическая частота Ω играет роль плазменной частоты.

Рассмотрим волновое поле низкой частоты $\omega \leq \Omega$, $u \geq 1$ для периодическойnanoструктуры, содержащей $m \geq 2$ подобных граничащих градиентных нанопленок с толщиной d , нанесённых на однородную прозрачную диэлектрическую подложку с показателем преломления n . Присваивая значение $m=1$ к первому градиентному слою на обратной стороне этой структуры и полагая, что излучение падает из воздушной среды на m -й слой, можно записать стандартные условия непрерывности для компонент поля на границе между m и $(m-1)$ слоем:

continuity conditions on the layer's boundaries. It is essential that, in the gradient dielectric, the waves with imaginary wave numbers arise in the transparent medium with the real positive value of refractive index; herein, the profile of refractive index (3) provides the plasma-like dispersion of dielectric layer without free carriers; characteristic frequency Ω plays the role of plasma frequency.

Let us consider the low frequency wave field ($\omega \leq \Omega$, $u \geq 1$) for the periodical nanostructure, containing $m \geq 2$ similar adjacent gradient nanofilms with thickness d , deposited on a homogeneous transparent dielectric halfspace with refractive index n . Attributing the number $m=1$ to the first gradient layer at the far side of this structure and supposing the incidence of radiation from the air on the m -th layer, one can write the standard continuity conditions for the field components on the boundary between m -th and $(m-1)$ th layers

$$\frac{\exp(-pn_0\eta_0) + Q_m \exp(pn_0\eta_0)}{\gamma [\exp(-pn_0\eta_0) + Q_m \exp(pn_0\eta_0)] + 2n_e [\exp(-pn_0\eta_0) - Q_m \exp(pn_0\eta_0)]} = \frac{-(1+Q_{m-1})}{\gamma(1+Q_{m-1}) - 2n_e(1-Q_{m-1})},$$

$$\gamma = \frac{2un_0y}{\sqrt{1+y^2}}, \eta_0 = \eta|_{z=d}, pn_0 = l\sqrt{\frac{1}{u^2} - 1}, \quad (8)$$

$$l = \ln \left(\frac{\sqrt{1+y^2} + y}{\sqrt{1+y^2} - y} \right). \quad (9)$$

Application of the same approach to all the adjacent layers of the gradient nanostructure brings the explicit expression for it's complex transmission coefficient T_m ,

$$T_m = \frac{2i\sqrt{n} \left[\operatorname{ch} \left(l\sqrt{1-u^{-2}} \right) \right]^m}{i + \frac{\gamma}{2} - n_e \Lambda_m} \prod_{m=1}^m (1 - t \Lambda_m), \\ t = \operatorname{th} \left(l\sqrt{1-u^{-2}} \right). \quad (10)$$

Parameters Λ_m in (10) are linked by the chain of recursive relations, obtained from the continuity conditions on the interfaces between the m -th and $(m-1)$ th layers, where $m > 2$

$$\Lambda_m = \frac{1-Q_m}{1+Q_m} = \frac{n_e(t+\Lambda_{m-1})-\gamma}{n_e(1+t\Lambda_{m-1})-\gamma t}. \quad (11)$$

The value of parameter Λ_1 in the first factor in the product (10), calculated, unlike (8), from the



$$\frac{\exp(-p\eta_0) + Q_m \exp(p\eta_0)}{\gamma [\exp(-p\eta_0) + Q_m \exp(p\eta_0)] + 2n_e [\exp(-p\eta_0) - Q_m \exp(p\eta_0)]} = \frac{-(1+Q_{m-1})}{\gamma(1+Q_{m-1}) - 2n_e(1-Q_{m-1})}, \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{2un_0y}{\sqrt{1+y^2}}, \eta_0 = \eta|_{z=d}, p\eta_0 = l\sqrt{\frac{1}{u^2}-1}, \\ l = \ln\left(\frac{\sqrt{1+y^2}+y}{\sqrt{1+y^2}-y}\right). \quad (9)$$

Применение аналогичного подхода ко всем соседним слоям градиентной наноструктуры позволяет получить явное выражение для ее комплексного коэффициента пропускания T_m :

$$T_m = \frac{2i\sqrt{n} \left[\operatorname{ch}(l\sqrt{1-u^{-2}}) \right]^m}{i + \frac{\gamma}{2} - n_e \Lambda_m} \prod_{m=1}^m (1 - t \Lambda_m), \\ t = \operatorname{th}(l\sqrt{1-u^{-2}}). \quad (10)$$

Параметры Λ_m в формуле (10) связаны цепью рекуррентных соотношений, полученных из условий непрерывности на поверхности раздела между m - и $(m-1)$ -слоем, где $m > 2$:

$$\Lambda_m = \frac{1 - Q_m}{1 + Q_m} = \frac{n_e(t + \Lambda_{m-1}) - \gamma}{n_e(1 + t \Lambda_{m-1}) - \gamma}. \quad (11)$$

Значение параметра Λ_1 в формуле (10), рассчитанное, в отличие от соотношения (8), из условия непрерывности на границе между первым слоем и прозрачной подложкой с толщиной h и показателем преломления n , имеет следующий вид:

$$\Lambda_1 = \frac{n\Lambda_0 - i\left(\frac{\gamma}{2} - n_e t\right)}{nt\Lambda_0 - i\left(\frac{\gamma}{2} - n_e\right)}. \quad (12)$$

При использовании выражения (12) следует различать две имеющиеся формы подложки, обеспечивающие различные направления распространения волны, отраженной от нижней грани подложки.

- Если основания подложки параллельны, прямая и обратная волны интерферируют; в этом случае, значение Λ_0 , вытекающее из условий непрерывности, имеет вид

$$\Lambda_0 = \frac{1 - it_0 n}{n - it_0}, t_0 = \operatorname{tg}\left(\frac{\omega nh}{c}\right). \quad (13)$$

continuity conditions on the boundary between the first layer and the transparent substrate with thickness h and refractive index n , is

$$\Lambda_1 = \frac{n\Lambda_0 - i\left(\frac{\gamma}{2} - n_e t\right)}{nt\Lambda_0 - i\left(\frac{\gamma}{2} - n_e\right)}. \quad (12)$$

While using expression (12), one has to distinguish two different shapes of substrate, ensuring the different directions of wave, reflected from the far side of substrate:

- If the substrate's interfaces are parallel, the backward and forward waves in the substrate are interfering; in this case, the value $\Lambda_0=1$, following from the continuity conditions, is

$$\Lambda_0 = \frac{1 - it_0 n}{n - it_0}, t_0 = \operatorname{tg}\left(\frac{\omega nh}{c}\right). \quad (13)$$

- If the substrate's interfaces are not parallel (wedgeshaped substrate), the backward wave reflected from the back side of substrate does not interfere with the forward wave in the substrate; in this case, $\Lambda_0=1$.

The expressions for coefficients T_m for the case of propagating waves ($\omega \geq \Omega$, $u \leq 1$) follow directly from (10)–(13) due to the replacements

$$\sqrt{u^2 - 1} \rightarrow -i\sqrt{1 - u^2}, t \rightarrow -itg(l\sqrt{u^{-2} - 1}), \\ \operatorname{ch}(l\sqrt{1 - u^{-2}}) \rightarrow \cos(l\sqrt{u^{-2} - 1}). \quad (14)$$

Formulae (7) and (14) point out the peculiar effect of heterogeneity-induced dispersion, arising due to the spatial distribution of refractive index in both cases $\omega \leq \Omega$ и $\omega \geq \Omega$; it is remarkable that this plasma-like dispersion appears in the transparent dielectric medium without free carriers.

It is remarkable that unlike the usual reflection on the discontinuities of refractive index, described by the classical Fresnel formulae, expressions (10)–(11) are based on the reflection and transmission of waves caused by the discontinuities of gradient of refractive index on the boundaries between m -th and $(m-1)$ -th films. These non-Fresnel spectra, visualizing the drastic influence of artificial dispersion on the transmittance of periodical gradient nanostructures, containing several similar adjacent layers (Fig. 1), are examined below.

All forthcoming computational and experimental results are obtained for the

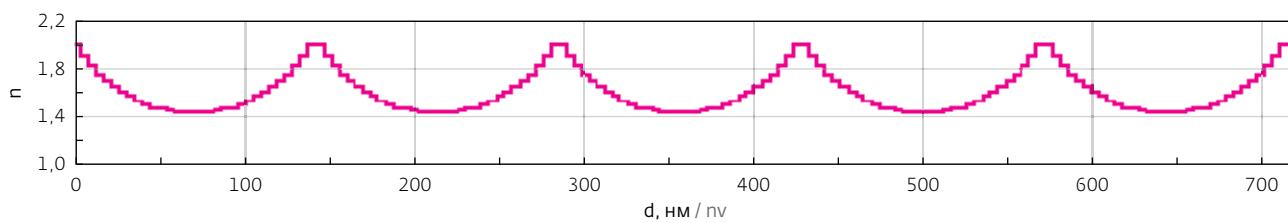


Рис.1. Распределение показателя преломления n в периодическойnanoструктуре, состоящей из градиентных слоев толщиной $d=140$ нм, описанных формулой (3)

Fig. 1. Distribution of refractive index n in the periodical nanostructure, containing the adjacent gradient layers with profiles (3) and thickness $d=140$ nm

- Если основания подложки не параллельны (клинообразной формы), обратная волна, отраженная от нижней грани подложки, не интерферирует с прямой волной; в этом случае $\Lambda_0=1$.

Выражения для коэффициентов T_m для случая распространяющихся волн ($\omega \geq \Omega$, $u \leq 1$) следуют непосредственно из (10)–(13), учитывая следующие замены:

$$\sqrt{u^2 - 1} \rightarrow -i\sqrt{1-u^2}, t \rightarrow -itg(l\sqrt{u^{-2}-1}),$$

periodical nanostructures, consisting from the adjacent gradient nanofilms with the same profiles of refractive index (3). The transmittance spectra $|T_m|^2$ for waves traversing these gradient multilayer nanostructures are presented here for the visible and infrared spectral ranges.

Note that the exactly solvable models of gradient barriers, examined above, are based on continuous distributions of the dielectric permittivity $\epsilon(z)$. However, these distributions, owing to technological conditions, are actually formed by plane layers of different geometrical and optical

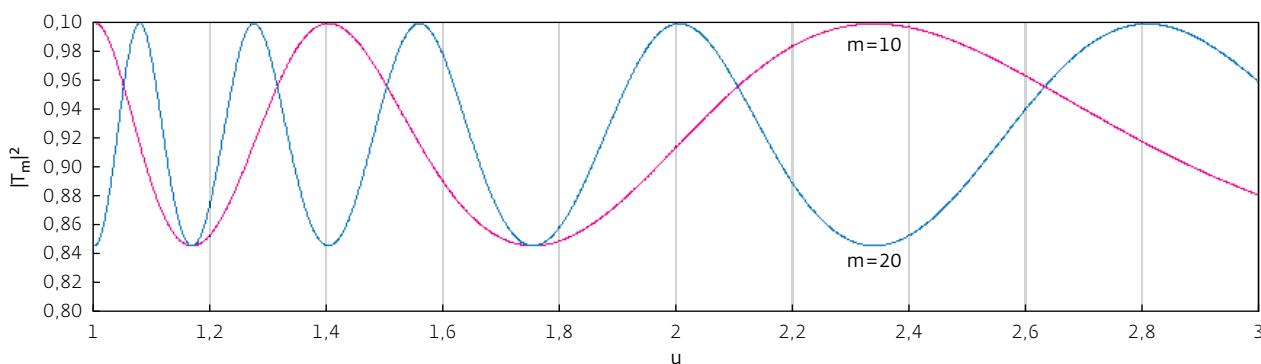


Рис.2. Дискретные "окна прозрачности" ($|T_m|^2=1$), возникающие в режиме изменяемого полного внутреннего отражения, для спектра пропускания периодическихnanoструктур, содержащих $m=10$ и $m=20$ градиентных пленок (3) с параметрами: $n_0=1.9$, $y=0.577$ и $d=100$ нм, нанесенных на клиновидную подложку с $n=2.3$

Fig. 2. Discrete "windows of transparency" ($|T_m|^2=1$) arising in the FTIR regime for the transmittance spectra of periodical nanostructures, containing $m=10$ and $m=20$ gradient nanofilms (3) with parameters: $n_0=1.9$, $y=0.577$, and $d=100\text{nm}$, deposited on the wedge-shaped substrate with $n=2.3$

$$\operatorname{ch}(1\sqrt{1-u^{-2}}) \rightarrow \cos(1\sqrt{u^{-2}-1}). \quad (14)$$

Формулы (7) и (14) указывают на особый эффект неоднородно-индуцированной дисперсии, возникающей благодаря пространственному распределению показателя преломления в обоих случаях: $\omega \leq \Omega$ и $\omega \geq \Omega$. Примечательно, что эта плазмоподобная дисперсия возникает в прозрачной диэлектрической среде, не имеющей свободных носителей заряда.

Стоит отметить, что в отличие от обычного отражения на границе раздела, которое описывается классическими формулами Френеля, выражения (10) и (11) основываются на отражении и прохождении волн, вызванные неоднородностями градиента показателя преломления на границах между m - и $(m-1)$ -пленками. Неференелевские спектры, показывающие резкое влияние искусственной дисперсии на пропускание периодических градиентных nanoструктур, содержащих несколько подобных состыкованных слоев (рис.1), рассматриваются ниже.

Все далее представленные вычислительные и экспериментальные результаты получены для периодических nanoструктур, состоящих из смежных градиентных нанопленок с одинаковыми профилями показателя преломления (3). Спектры пропускания $|T_m|^2$ для волн, проходящих эти градиентные многослойные nanoструктуры, представлены для видимого и ИК-спектральных диапазонов.

Обращаем внимание, что точно решаемые модели градиентных барьеров, рассмотренные

толщины, fabricated by means of magnetron sputtering from Si and Ta targets in the oxygen environment (for details see the problem 2 in Sec. III). The discretized structure of $\epsilon(z)$ is illustrated in Fig. 1: to mimic the continuous distribution of $\epsilon(z)$ across each nanofilm, the geometrical thicknesses of these layers are decreasing from 10

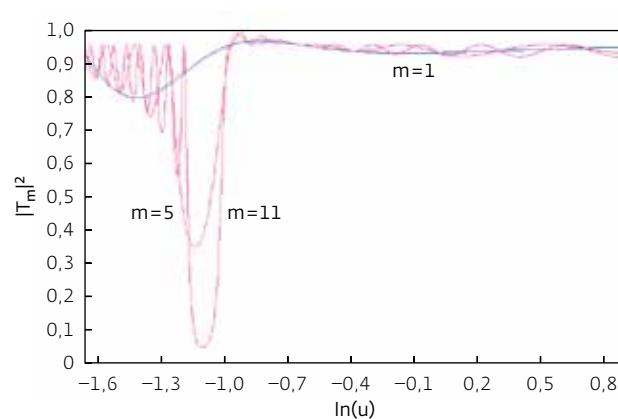


Рис.3 Спектр пропускания $|T_m|^2$ градиентной nanoструктуры, состоящей из m пленок (3), нанесенных на толстую подложку с показателем преломления $n=1.52$, с учетом значений $\ln(u)$. Где переменная u определена в условии (7).

Fig. 3. Transmittance spectra $|T_m|^2$ of the gradient nanostructures containing m films (3) and deposited on the thick substrate with refractive index $n=1.52$ subject to the values $\ln(u)$, the variable u is determined in (7); parameters of each film are $n_0=2$ and $y=0.577$



выше, основаны на непрерывном распределении диэлектрической проницаемости $\epsilon(z)$. Тем не менее, эти распределения, зависящие от технологических условий, на самом деле формируются путем изготовления плоских слоев с различными геометрическими и оптическими толщинами методом магнетронного распыления кремния и тантала в кислородной среде (более подробная информация приведена в разделе 3).

Дискретизированная структура $\epsilon(z)$ представлена на рис.1: для имитации непрерывного распределения $\epsilon(z)$ поперек каждой нанопленки геометрические толщины этих слоев уменьшаются от 10–12 нм возле минимума $\epsilon(z)$ до 5–7 нм в области его быстрого изменения вблизи границ нанопленки [19].

Хорошая согласованность спектров пропускания, вычисляемых в рамках непрерывной модели, с экспериментальными данными (рис.2–6), показывает применимость "непрерывной" модели к обсуждаемой проблеме градиентной оптики.

3. ГРАДИЕНТНЫЕ ПРОСВЕТЛЯЮЩИЕ ЧАСТОТНО-ИЗБИРАТЕЛЬНЫЕ ПОКРЫТИЯ, СПОСОБСТВУЮЩИЕ ТУННЕЛИРОВАНИЮ ИЗЛУЧЕНИЯ

Для визуализации необычных эффектов интерференции затухающих и незатухающих волн в градиентныхnanoструктурах рассмотрим в первую очередь спектр пропускания $|T_m|^2$ периодических структур, нанесённых на клиновидную подложку, характеризующихся значением $\Lambda_0=1$ в уравнении (12). Результаты расчётов, проведенных с помощью формул для комплексных коэффициентов пропускания T_m (10)–(12), показаны на рис.2.

Для расширения границ применимости этих графиков представлены частотные зависимости $|T_m|^2$ с помощью безразмерной переменной u (7). Если параметры градиентных пленок n_0 и u фиксированы, коэффициент $|T_m(u)|^2$ сохраняет свое значение для любого заданного значения u для волн с различными частотами ω , проходящими сквозь пленки (3) с различной толщиной d , связанные фиксированным значением безразмерного параметра v

$$\vartheta = \frac{\omega d}{c} = \frac{2y\sqrt{1+y^2}}{n_0 u}. \quad (15)$$

Таким образом, для структур, показанных на рис.2, значение параметра v для любого значения переменной u соответствует $v=0,7u^{-1}$.

В предложенной работе могут быть представлены данные о полной прозрачности (коэффициенте пропускания $|T_m(u)|^2=1$) для наноструктур, состоящих из 10 пленок, в случае с $u=1,4$ для частоты $\omega=1,5 \cdot 10^{15}$ рад/с ($\lambda=1256$ нм), а также для частоты $\omega=10^{15}$ рад/с ($\lambda=1884$ нм), если толщины пленок имеют значения 100 и 150 нм соответственно. Эти обобщенные спектры могут быть полезными для оптимизации толщины наноструктуры.

Исследуя перенос энергии эманесцентными волнами, нужно подчеркнуть, что ни прямая, ни обратная волна не описывают поток туннельной электромагнитной энергии; этот поток определяется интерференцией обеих эманесцентных волн, представленных целой функцией ψ (6). В отличие от структур, нанесенных на клинообразную подложку, о которых упоминалось выше, более сложный феномен наблюдается в структурах, нанесенных на плоскую подложку (13), который будет рассмотрен ниже; сейчас должен быть принят во внимание эффект интерференции распространяющихся волн в прозрачной подложке. Туннельный режим для этого случая рассматривается далее для структур, состоящих из смежных градиентных нанопленок; толщина каждой пленки соответствует 140 нм, показатель преломления $n(z)$ варьируется в соответствии с соотношением (3) от максимума $n_0=2$ до минимума

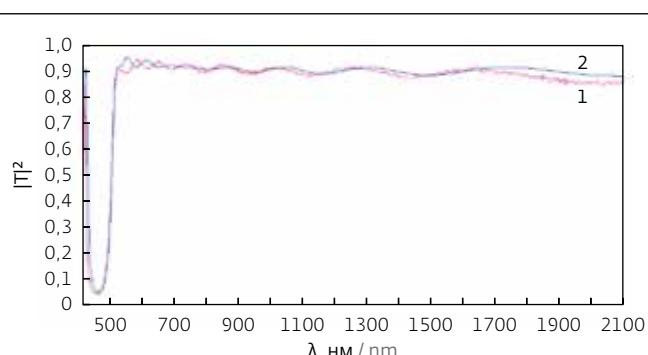


Рис.4. Экспериментальный (1) и теоретический (2) спектры пропускания для периодической наноструктуры, содержащей 11 слоев (3); значения параметров n , n_0 и y приведены в подпись к рис.3

Fig. 4. Experimental (1) and theoretical (2) transmittance spectra for periodical nanostructure, containing 11 layers (3); the values of parameters n , n_0 , and y are given in the caption of Fig. 3

to 12 nm near by the minimum of $\epsilon(z)$ down to 5–7 nm at the area of its rapid variation close to the nanofilm boundaries [19].

The good agreement of transmittance spectra, calculated in the framework of continuous model, with the experimental data (Figs. 2–6) shows the applicability of “continuous” model to the discussed problem of gradient optics.

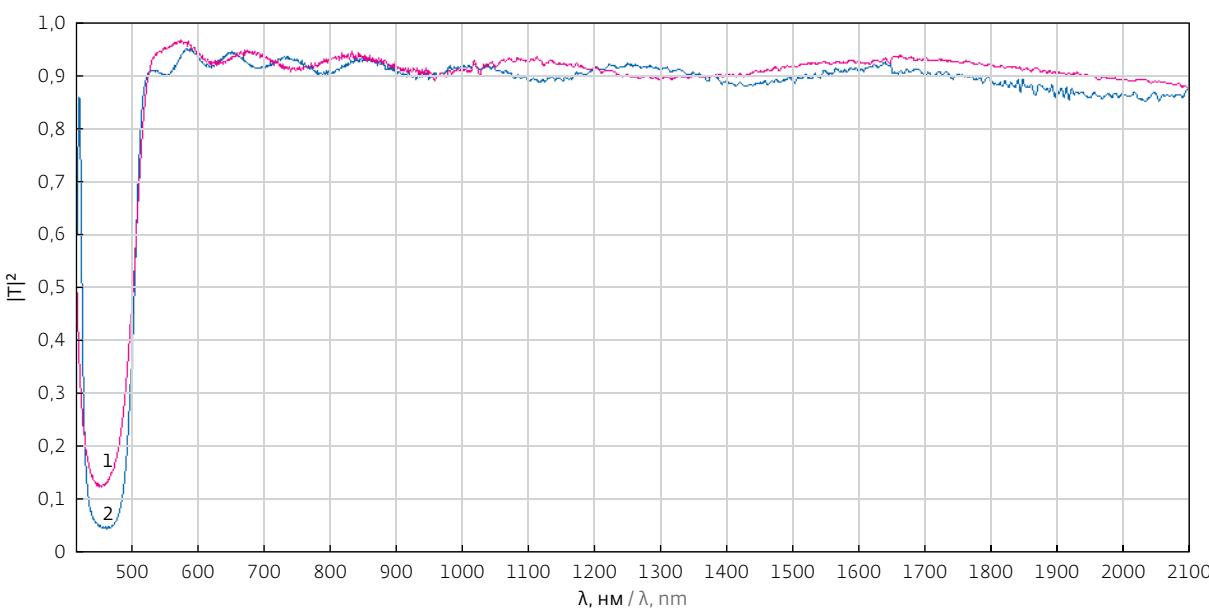


Рис.5. Экспериментально полученный спектр пропускания периодической наноструктуры в туннельном режиме: кривые 1 и 2 соответствуют структурам, содержащим 7 и 11 градиентных пленок соответственно

Fig. 5. Experimental transmittance spectra of periodical nanostructures in the tunneling regime: curves 1 and 2 correspond to structures, containing 7 and 11 gradient films, respectively

$n_{min}=1,5$ (рис.1); все эти наноструктуры осаждались на кварцевую однородную плоскую беспримесную подложку с толщиной $h=2$ мм и показателем преломления $n=1,52$.

Чтобы проиллюстрировать некоторые характерные черты переноса волновой энергии через градиентную периодическую наноструктуру в туннельном режиме, необходимо рассмотреть следующие вычислительные и экспериментальные проблемы.

1. Феномен интерференции для эванесцентных и антиэванесцентных волн в однослойных и многослойных градиентных наноструктурах и его влияние на спектр пропускания $|T_m|^2$; в данной работе эти спектры рассчитаны для структур, содержащих 1, 5 и 11 нанопленок. В отличие от данных, приведенных на рис.2, мы будем рассматривать случай, когда волна, отраженная от нижней грани подложки, вносит вклад в волновое поле внутри подложки. Результаты вычислений, выполненных с помощью формул для комплексного коэффициента пропускания T_m (10)–(13), показаны на рис.3. Спектр пропускания представлен здесь через безразмерную переменную $\ln(u)$, зависящую от частоты; логарифмическая шкала позволяет сжать графики, чтобы сравнить широкополосный спектр $|T_m|^2$ в диапазонах, где происходит распространение и затухание волн.
2. Экспериментальная проверка этой модели с помощью измерений спектра $|T_m|^2$ для вышеупомянутых структур. Эти структуры были получены путем магнетронного распыления тантала и кремния в кислородной атмосфере на перемещающуюся кварцевую подложку [15]. Необходимый профиль показателя преломления $n(z)$ был получен путем переменного пространственного распределения оксидов Ta_2O_5 и SiO_2 в напыляемой пленке, которое контролировалось заданной траекторией движения подложки [19]. Спектр $|T_m|^2$ для аналогичных условий был также вычислен; теоретический и экспериментальный спектры пропускания показаны на рис.4. Для того, чтобы сравнить эти данные, здесь представлены оба спектра, в отличие от рис.2, как функции длины волны в вакууме λ . Теоретические и экспериментальные кривые хорошо согласуются в видимом диапазоне, их расхождение в ИК-диапазоне не превышает 2–3%.
3. Неожиданная зависимость коэффициента пропускания градиентной наноструктуры в режиме изменяемого полного внутреннего

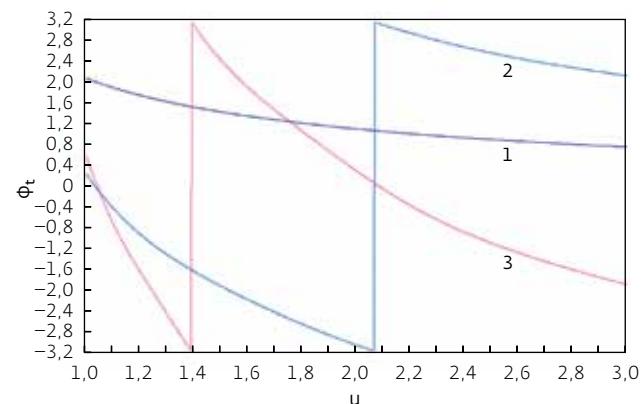


Рис.6. Фазовые спектры прошедших волн φ_i в режиме изменяемого полного внутреннего отражения ($u \geq 1$): кривые 1, 2 и 3 соответствуют структурам, содержащим 1, 5 и 11 нанопленок соответственно

Fig. 6. Phase spectra of transmitted waves φ_i in the FTIR regime ($u \geq 1$): curves 1, 2, and 3 correspond to structures, containing 1, 5, and 11 nano-films, respectively

III. GRADIENT ANTIREFLECTION AND FREQUENCY-SELECTIVE TUNNELING-ASSISTED COATINGS

To visualize the unusual effects of interference of evanescent and antievanescence waves in the gradient nanostructures, let us consider first the transmittance spectra $|T_m|^2$ of periodical structures deposited on a wedge-shaped substrate, characterized by the value $\Lambda_0=1$ in Eq. (12). The results of computations, carried out by means of formulae for complex transmission coefficients T_m (10)–(12), is shown in Fig. 2. To broaden the applicability of these graphs, the frequency dependences of $|T_m|^2$ are presented via the dimensionless variable u (7). If the parameters of gradient film n_0 and y are fixed, the coefficient $|T_m(u)|^2$ remains its value for any given value u for the waves with different frequencies ω traversing the films (3) with different thicknesses d , linked by the fixed value of dimensionless parameter v

$$\vartheta = \frac{\omega d}{c} = \frac{2y\sqrt{1+y^2}}{n_0 u}. \quad (15)$$

Thus, for the structures, depicted in Fig. 2, the value of parameter v for any value of variable u is $v=0,7u^{-1}$. Herein, the complete transparency (transmission coefficient $|T_m(u)|^2=1$) can be provided, e.g., for the nanostructure, containing 10 films, in a case $u=1,4$ for the frequency $\omega=1,5 \cdot 10^{15}$ rad/s ($\lambda=1256$ nm) as well



отражения по всей толщине структуры. Для проверки этих результатов были проведены измерения коэффициента пропускания для двух структур, содержащих 7 и 11 наностроек соответственно. Разница между этими спектрами достигла 10% в видимом диапазоне. Между тем в ИК-диапазоне графики $|T_m|^2$ расходятся слабо.

Эффективный туннельный перенос энергии через периодические градиентные наноструктуры осуществляется за счет взаимодействия компонент эманесцентных волн, возникающих в местах неоднородности градиента показателя преломления на границах смежных нанопленок. Анализ графиков на рис.2–5 позволяет выделить некоторые необычные особенности этого переноса.

a. Дискретный ряд частот обеспечивает полное пропускание ($|T_m|^2=1$) в периодических наноструктурах в туннельном режиме при условиях, отмеченных в подписи к рис.2. Для сравнения и сопоставления этих необычных "окон прозрачности" со стандартным спектром пропускания волн, туннелирующих сквозь дисперсионную среду, удобно вспомнить вышеупомянутую аналогию между распространением волн с низкой частотой ($\omega < \Omega$) через градиентную пленку (3) и туннелирование электромагнитных волн с частотой ω через однородный слой плазмы с плазменной частотой ω_p ($\omega < \omega_p$). Комплексный коэффициент пропускания таких пленок с толщиной h , осажденных на диэлектрическую подложку клиновидной формы с коэффициентом преломления n , можно записать как $T = |T| \exp(i\phi_t)$, величины амплитуды $|T|$ и фазы ϕ_t соответствуют:

$$|T|^2 = \frac{4nn_e^2}{(n - n_e^2)^2 \operatorname{sh}^2(ph) + n_e^2(n+1)^2 \operatorname{ch}^2(ph)},$$

$$\phi_t = \operatorname{Arctg} \left[\frac{(n - n_e^2) \operatorname{th}(ph)}{(n+1)n_e} \right]. \quad (16)$$

Величина p была определена в формуле (7), в то время как величина n_e согласовывается с ее определением в формуле (7) в случае $n_0=1$, введя замену $\Omega \rightarrow \omega_p$; $n_e = \sqrt{u^2 - 1}$ и $u = \omega_p/\omega > 1$. Выражение (16) описывает монотонное убывание спектра пропускания туннельных волн $|T_m|^2$ в связи с уменьшением их частоты ω . И наоборот, уменьшение частоты волн, туннелирующих через периодическую структуру, приводит к колебаниям $|T|^2$ с пиками

as for the frequency $\omega = 10^{15}$ rad/s ($\lambda = 1884$ nm), if the thicknesses of films are 100 and 150 nm, respectively. These generalized spectra may become useful for optimization of thickness of the nanostructure.

Investigating the energy transport by evanescent waves, one has to stress out that neither the forward nor the backward waves describe the flow of tunneling electromagnetic energy; this flow is determined by the interference of both these evanescent waves, presented by the entire function ψ (6). Unlike the structures deposited on the wedge-shaped substrate, considered above, the more complicated phenomena in structures, deposited on the flat substrate (13), are considered below; the interference of propagating waves in the transparent substrate have to be taken into account now. The tunneling regime for this case is examined below for the structures consisting of adjacent gradient nanofilms; the thickness of each film was 140 nm, the refractive index $n(z)$ was varying according to profile (3) from its maximum $n_0 = 2$ to its minimum $n_{min} = 1.5$ (Fig. 1); all these nanostructures were deposited on the quartz homogeneous flat lossless substrate with thickness $h = 2$ mm and refractive index $n = 1.52$. To illustrate some salient features of effective wave energy transport through the gradient periodical nanostructure in the tunneling-assisted regime, the following computational and experimental problems for these structures are considered below:

1. The interference phenomena for evanescent and antievanescence waves in the single layer and multilayer gradient nanostructures and their influence on the spectra of $|T_m|^2$; these spectra were calculated here for the structures containing 1, 5, and 11 nanofilms. Contrary to Fig. 2, we will consider the case, when the wave, reflected from the back side of the substrate, makes the contribution to the wave field inside the substrate. The results of computations, carried out by means of formulae for complex transmission coefficients T_m (10)–(13), are shown in Fig. 3. The transmittance spectra are presented here via the dimensionless frequency-related variable $\ln(u)$; the logarithmic scale permits to compress the graphs in order to compare the broadband spectra of $|T_m|^2$, including both propagating and evanescent spectral ranges.
2. Experimental verification of this model by means of measurements of spectrum



- значениями $|T|^2=1$; эта зависимость показана на рис.2 для непрозрачных структур, содержащих 10 и 20 смежных пленок.
- Сильная частотная зависимость коэффициента пропускания (рис.3), определяющая частотно-избирательные свойства нанопокрытий в видимом и ближнем инфракрасном спектральных диапазонах, где дисперсия широко используемых оптических материалов обычно незначительна.
 - Глубокие и узкие минимумы (рис.4 и 5) рядом с коротковолновым краем видимого диапазона спектра пропускания ($|T|^2 \leq 5\%$).
 - Широкополосное слабодиспергирующее плато спектра пропускания $|T|^2$ (рис.4) рядом с длинноволновым краем видимого диапазона и прилегающей части ИК диапазона, свойственное многослойным структурам и которое характеризуется высоким и почти неизменным коэффициентом пропускания ($|T|^2 \approx 85\%-95\%$).
 - Слабая зависимость пропусканияnanoструктуры в режиме изменяемого полного внутреннего отражения: таким образом, разница в пропускании у nanoструктур, содержащих 7 и 11 градиентных nanoслоев, составила порядка 1-3% (рис.5); на данный момент, так как характеристическая частота Ω для спектров, показанных на рис.4 и 5, относится к длине волн $\lambda=1320$ нм, эти спектры могут служить примером эффективного туннельного переноса энергии излучения ИК-диапазона через градиентные nanoструктуры.
 - Свойства (a-c) показывают возможность конструирования частотно-избирательных полностью диэлектрических градиентных метаповерхностей, характеризующихся сильной искусственно-созданной дисперсией в требуемом спектральном диапазоне; свойства (d) и (e) могут обеспечить потенциал для создания нового ряда широкополосных туннельных просветляющих покрытий для видимой и ближней ИК-области спектра.

4. ПЕРЕСМОТР ПАРАДОКСА ХАРТМАНА

Соотношения (10)-(13), определяющие комплексный коэффициент пропускания T_m для периодических градиентных nanoструктур, можно записать в виде $T_m = |T_m| \exp(i\phi_t)$. До настоящего времени мы рассматривали эффекты, связанные только с квадратом модуля $|T_m|^2$; между тем, анализ фазового сдвига ϕ_t волны, туннелирующей через nanoструктуру, дает основания для

$|T_m|^2$ for the abovementioned structures; these structures were fabricated by means of magnetron sputtering of Ta and Si components through the oxygen atmosphere on the movable quartz substrate [15]. The needed profile of refractive index $n(z)$ was provided by the variable spatial distribution of oxides Ta_2O_5 and SiO_2 in the sputtered film, controlled due to prescribed motion of substrate [19]. The $|T_m|^2$ spectrum for the same conditions was calculated too; the theoretical and experimental transmittance spectra are presented on Fig. 4. To ensure the comparison of these data, both spectra are presented here, unlike the Fig. 2, as the functions of free space wavelength k . The theoretical and experimental curves are fitted well in the visible range, the discrepancy in the infrared range does not exceed 2%-3%.

- The unexpected dependence of transmittance of gradient nanostructure in the Frustrated Total Internal Reflection (FTIR) regime upon the entire thickness of structure; to reveal this dependence, the experimental measurements of transmittance of two structures containing 7 and 11 nanolayers, respectively, were carried out. The difference between these spectra reaches 10% at the visible range; meanwhile, at the infrared range, the graphs of $|T_m|^2$ are distinguished weakly.

The effective tunneling-assisted energy transport through the periodical gradient nanostructure is formed due to interplay of partial evanescent waves arising at the discontinuities of gradient of refractive index on the boundaries of adjoined nanofilms. Inspection of Figures 2-5 permits to stress out some unusual features of this transport:

- The discrete series of frequencies providing the complete transmittance ($|T_m|^2=1$) of periodical nanostructures in the tunneling-assisted regime under the conditions depicted in Fig. 2. To compare and contrast these peculiar "transparency windows" with the standard transmittance spectrum of waves tunneling through the dispersive medium, it is convenient to recall the abovementioned analogy between the low frequency $\omega < \Omega$ waves propagation through the gradient film (3) and the tunneling of electromagnetic waves with frequency x through the homogeneous plasma layer with plasma frequency ω_p ($\omega < \omega_p$). The complex transmission coefficient of such film



полемики относительно возможности сверхсветового туннелирования [20]. Фаза волны, туннелирующей сквозь непрозрачный слой, как известно, формируется путем фазовых скачков на границе слоя [21]. В случае однородного плазменного слоя большой толщины ($ph \gg 1$), фаза ϕ_t (16) стремится к предельному значению $\phi_t \rightarrow \phi_s$, постоянная величина ϕ_s является независимой от толщины слоя h ; здесь, туннельное фазовое время τ_p уменьшается и определяется как

$$\tau_p = \frac{\partial \phi_t}{\partial \omega}. \quad (17)$$

Поэтому подстановка фазы ϕ_t из (16) в (17) приводит к тому, что в случае $\omega < \omega_p$ время τ_p уменьшается по закону $\exp(-2\omega_p h/c)$. Тот факт, что время туннелирования для непрозрачного барьера не зависит от ширины барьера, приводит к парадокльному выводу (парадоксу Хартмана): для барьеров с большой толщиной скорость туннелирования может стать сколь угодно большой и превысить скорость света в вакууме c [16,20]. Попытки охарактеризовать это суперизлучение как феномен оптического туннелирования сталкиваются с противоречивыми требованиями: необходимо обеспечить "насыщение" фазы ϕ_t и использовать непрозрачный барьер с большой толщиной ($ph \gg 1$). Однако выполнение этого условия препятствует регистрации прошедших волн в связи с экспоненциальным спадом потока энергии (16) при пересечении непрозрачного барьера ($|T|^2 \propto \exp(-2pd)$).

Примечательно, что это противоречие не возникает для туннельных эффектов в градиентных структурах, где наблюдается слабое затухание потока энергии даже для многослойных барьеров большой толщины (рис.5). Фазовый спектр прошедших волн, рассчитанный при тех же условиях, которые были использованы для измерения спектра пропускания (рис.3), показан на рис.6. Подобно амплитудному спектру (рис.3), фазовый спектр представлен на рис.6 с помощью безразмерной переменной u ; такое представление обеспечивает возможность использования тех же спектральных кривых для различных частот ω и толщин пленок d , связанных соотношением (15). Подчеркнем некоторые особенности этих спектров, полезных для анализа парадокса Хартмана для периодических структур, сформированных m -м количеством нанопленок, нанесенных на прозрачную подложку.

a. Увеличение количества пленок m приводит к росту крутизны фазовых спектральных

with thickness h deposited on the dielectric wedge-shaped substrate with refractive index n may be written as $T = |T| \exp(i\phi_t)$, the values of amplitude $|T|$ and phase ϕ_t are

$$|T|^2 = \frac{4nn_e^2}{(n-n_e^2)^2 \operatorname{sh}^2(ph) + n_e^2(n+1)^2 \operatorname{ch}^2(ph)},$$

$$\phi_t = \operatorname{Arctg} \left[\frac{(n-n_e^2)\operatorname{th}(ph)}{(n+1)n_e} \right]. \quad (16)$$

The quantity p was determined in (7); meanwhile, the value n_e is coincided with its definition in (7) in a case $n_0=1$ due to replacement $\Omega \rightarrow \omega_p$; $n_e = \sqrt{u^2 - 1}$ and $u = \omega_p/\omega > 1$. Expression (16) describes the monotonic decrease of transmission spectra of tunneling waves $|T_m|^2$ due to diminution of their frequency ω . To the contrary, the diminution of frequency of waves tunneling through the periodical structure results in oscillations of $|T|^2$ with the peak values $|T|^2=1$; this tendency is displayed in Fig. 2 for the opaque structures containing both 10 and 20 adjacent films.

- b. Strong frequency dependence of transmittance (Fig. 3), determining the frequency-selective properties of nanocoatings in the visible and near infrared spectral ranges, where the dispersion of widely used optical materials is usually insignificant.
- c. Deep and narrow minima (Figs. 4 and 5) near by the blue edge of the visible range of transmission spectrum ($|T|^2 \leq 5\%$).
- d. Broadband weakly dispersive plateau near by the red edge of visible range and adjoining part of infrared range of transmittance spectra $|T|^2$ (Fig. 4), inherent to the multilayer structures and characterized by high and almost invariable transmittance ($|T|^2 \approx 85\%-95\%$).
- e. Weak dependence of the transmittance of nanostructure in the FTIR regime upon its thickness: thus, the difference in transmittance of nanostructures, containing 7 and 11 gradient nanolayers, is about 1%-3% (Fig. 5); so far, as the characteristic frequency X (5) for the spectra shown in Figs. 4 and 5 relates to the wavelength $\lambda = 1320\text{nm}$, these spectra can exemplify the effective tunneling-assisted transport of IR radiation through the gradient nanostructure.

These properties (a)-(c) illustrate the possibility to design the frequency-selective all-dielectric radiant metasurfaces, characterized by strong artificial dispersion in a needed spectral range;



- кривых на одинаковых частотных интервалах.
- Фазовый ϕ_t спектр становится более пологим в области меньших частот, т.е. для больших частот переменной u .
 - Фазовый сдвиг для заданной частоты возрастает ввиду роста m , т.е. в результате увеличения толщины структуры $h=md$, от $m=1$ до $m=11$ пленок.

Чтобы использовать эти фазовые спектры для анализа суперизлучения в туннельных эффектах, удобно сравнивать фазовое время τ_p со "световым временем" τ_0 , определяемым как отношение толщины структуры h к скорости света c . Представление времени τ_p через безразмерный параметр и дает следующий результат:

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = -\frac{n_0}{2y\sqrt{1+y^2}} \frac{u^2}{m} \frac{\partial \phi_t}{\partial u}.$$

Найдя величину производной $\partial \phi_t / \partial u$, исходя из кривых на рис.6, можно заметить, что во всём спектральном диапазоне $1 \leq u \leq 3$ отношение τ_p/τ_0 остаётся сверхсветовым $2 < \tau_p/\tau_0 < 4$; это неравенство позволяет обобщить понятие суперизлучения для туннельных эффектов в градиентных

the properties (d) and (e) can provide the potential for creation of a new family of broadband tunneling-assisted antireflection coatings for the visible and near infrared spectral ranges.

IV. HARTMAN PARADOX REVISITED

Expressions (10)–(13), determining the complex transmission coefficient T_m for the periodical gradient nanostructure, can be written in a form $T_m = |T_m| \exp(i\phi_t)$; till now, we were considering only the effects, connected with the square of modulus $|T_m|^2$; meanwhile, the analysis of phase shift ϕ_t of wave tunneling through the nanostructure gives rise to the controversial conclusions, concerning the possibilities of superluminal tunneling.²⁰ The phase of wave tunneling through the opaque layer is known to be formed by the phase discontinuities at the layer's boundaries.²¹ In a case of homogeneous thick plasma layer $ph \gg 1$, the phase ϕ_t (16) tends to the saturation $\phi_t \rightarrow \phi_s$, the constant value ϕ_s is independent upon the layer width h ; herein, the tunneling phase time τ_p determined as [20]

$$\tau_p = \frac{\partial \phi_t}{\partial \omega} \quad (17)$$



структурах. Кроме того, почти неизменно высокое пропускание в туннельном режиме (рис.5) может улучшить экспериментальные измерения скорости туннельного импульса, основанные на смещении пика импульса после туннелирования [22]; с помощью градиентных наноструктур можно ослабить "процесс изменения формы импульса", в которых непрозрачная среда ослабляет преимущественно "позднюю часть" падающего импульса, и, таким образом, выходной пик оказывается смещенным в сторону более "ранних времен". Следует отметить, что во всех экспериментах, обусловленных изучением парадокса Хартмана, скорость туннелирования не соответствует скорости сигнала и принцип причинности не нарушается.

5. ВЫВОДЫ

Разработано обобщение понятия туннельного эффективного переноса излучения благодаря эванесцентным модам в прозрачных неоднородных средах. Показаны результаты, относящиеся к сильной искусственно созданной дисперсии, вызванной неоднородностью прозрачных градиентных полностью диэлектрических нанопленок. Дисперсия определяется геометрией непрерывных вогнутых профилей показателя преломления $n(z)$ и создается с целью формирования спектрального диапазона волн с чисто мнимыми волновыми числами. Интерференция эванесцентных и антиэванесцентных мод в этом спектральном диапазоне обеспечивает ослабление туннельного режима для переноса энергии через периодические градиентные наноструктуры. Получены общие соотношения для комплексного коэффициента пропускания для рассматриваемых наноструктур, содержащих произвольное количество смежных градиентных нанопленок. Соотношения получены в рамках точно решаемой модели профиля $n(z)$. Экспериментальные измерения пропускания излучения в структурах, содержащих 1, 5 и 11 нанопленок с толщиной в субволновом диапазоне, проводились в видимом и ближнем ИК-диапазонах. Разница между вычисленными и экспериментально полученными спектрами составила несколько процентов. В работе отмечены некоторые необычные особенности излучения, туннелирующего через градиентные диэлектрические наноструктуры. Они включают сильную дисперсию и слабое пропускание, обнаруживаемые рядом с длинноволновой границей видимого диапазона. А также - почти неизменно высокое пропускание

is decreasing; thus, substitution of phase ϕ_t from (16) to (17) shows that in a case $\omega \ll \omega_p$, the time τ_p is decreasing as $\exp(-2\omega_p h/c)$. The fact that the tunneling time for the opaque barrier does not depend on the barrier width gave rise to the paradoxical conclusion (Hartman paradox) that, for the thick barriers, the tunneling speed can become arbitrarily large, exceeding the vacuum light speed c [16,20]. The attempts to record this superluminality in optical tunneling phenomena clash with the contradictive demands: to ensure the saturation of phase ϕ_t , one has to use the thick opaque barrier ($ph \gg 1$); however, the fulfillment of this condition impedes the registration of transmitted waves due to the exponential decay of energy flow (16), traversing the opaque barrier ($|T|^2 \sim \exp(-2pd)$).

It is remarkable that this contradiction does not arise for the tunneling effects in the gradient structures under discussion: these structures are shown to provide the weak attenuation of energy flow even for the thick multilayer barriers (Fig. 5). The phase spectra of transmitted waves, calculated for the same conditions, which were used for the measurements of transmittance spectra (Fig. 3), are shown in Fig. 6. Like the amplitude spectra (Fig. 3), the phase spectra are presented in Fig. 6 by means of dimensionless variable u ; this presentation ensures the possibility to use the same spectral curves for the different frequencies ω and different thicknesses of nanofilms d , linked by the condition (15). Let us stress out some features of these spectra, useful for the analysis of Hartman paradox for periodical structures formed by m gradient nanofilms, deposited on the transparent substrate:

- a. increase of the amount of films m results in the growth of steepness of the phase spectral curves at the same frequency intervals;
- b. the spectra of ϕ_t become more gently sloping in the area of lesser frequencies, i.e., for the larger frequencies of variable u ;
- c. (c) the phase shift for the given frequency is rising due to the increase of m , i.e., due to the increase of structure's thickness $h = md$, from $m=1$ to $m=11$ films.

To use these phase spectra for the analysis of superluminality in the tunneling effects, it is convenient to compare the phase time τ_p (17) with the "light time" τ_0 , determined as the structure thickness h divided by c . Presentation of time τ_p via the dimensionless parameter u brings the result

METATRONICS





в ближнем ИК-диапазоне и незначительную зависимость туннельного потока энергии от толщины многослойной структуры. Отмечены возможности использования градиентных нанооптических структур для анализа парадокса Хартмана. Полностью диэлектрические метаматериалы обеспечивают базу для разработки сред с требуемой пространственной дисперсией; рассмотрены перспективы использования туннельного феномена в градиентныхnanoструктурах для разработки новых миниатюрных оптических дисперсионных элементов и широкополосных просветляющих покрытий.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают признательность профессору В.Г.Веселаго за полезные комментарии к работе. А.Шварцбург благодарит профессора Н.Энгета, Н.Силина и Л.Васкеза за интерес к данным исследованиям. Работа выполнена при поддержке Дирекции научных/технических программ (проект № 14.579.21.0066) и Дальневосточного федерального университета (проект № 14-08-2/3-20).

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Engheta. -Science, 317, 1698 (2007).
2. A. Alu and N. Engheta. - Phys. Rev., E 72, 016623 (2005).
3. J.T. Shen, P.B. Catrysse, S. Fan. -Phys. Rev. Lett., 94, 197401 (2005).
4. E. Semouchkina, D.H. Werner, G.B. Semouchkin, C. Pantano. - Appl. Phys. Lett., 96, 233503 (2010).
5. A.E. Miroshnichenko et al. - Opt. Plasmonics News, 23, 35 (2012).
6. R.R. Willey. Practical Design and Production of Optical Thin Films, 2-nd ed.: Marcel Dekker, New York, 2002.
7. P.W. Baymeister. - Optical Coating Technology (SPIE Press, Bellingham, WA, 2004).
8. P. Yeh. "Optical waves in layered media," in Wiley Series in Pure and Applied Optics (Wiley, 1997).
9. A.C. van Popta, M.M. Hawkeye, J.C. Sit, M.J. Brett. - Opt. Lett., 29, 2545 (2004).
10. H. Bartsch, S. Lange, P. Frach, K. Goedicke. - Surf. Coat. Technol., 180, 616 (2004).
11. A.E. Krasnok, A.E. Miroshnichenko, P.A. Belov, Y.S. Kivshar. - Opt. Express, 20 (18), 20599 (2012).
12. A. Alu and N. Engheta. - Phys. Rev., B 78, 045102 (2008).

$$\frac{\tau_p}{\tau_0} = - \frac{n_0}{2y\sqrt{1+y^2}} \frac{u^2}{m} \frac{\partial \phi_t}{\partial u}.$$

Taking the values of derivatives $\partial \phi_t / \partial u$ from the curves at Fig. 6, one can see that in all the spectral range $1 \leq u \leq 3$ the ratio τ_p / τ_0 remains superluminal: $2 < \tau_p / \tau_0 < 4$; this inequality permits to generalize the concept of superluminality of phase times for the tunneling effects in the gradient structures. Moreover, the almost constant high transmittance in the tunneling regime (Fig. 5) can improve the experimental measurements of speed of tunneling pulse, based on the displacement of pulse peak after tunneling [22]; using of gradient nanostructures can weaken a "pulse reshaping" process, in which the opaque medium attenuates preferentially the later parts of the incident pulse, and so, the output peak proves to be shifted towards the earlier times. It has to be noted that, in all these experiments, induced by Hartman paradox, the tunneling speed is not a signal speed, and the Einstein causality is not violated.

V. CONCLUSION

Generalization of the concept of tunneling-assisted effective transport of radiation supported by evanescent modes in the transparent heterogeneous media is developed. Strong artificial heterogeneity-induced dispersion of transparent gradient all-dielectric lossless nanofilms, determined by the geometry of continuous concave refractive index profiles $n(z)$, is shown to form the spectral range of waves with purely imaginary wave numbers. Interference of evanescent and antievanescent modes in this spectral range provides the weakly attenuated tunneling regime for energy transport through the periodical gradient nanostructures. The general expressions for complex transmission coefficients for the discussed nanostructures, containing an arbitrary amount of adjacent gradient nanofilms, were derived in the framework of exactly solvable model of profile $n \delta z P$. The experimental measurements of transmittance of structures consisting of 1, 5, and 11 sub-wavelength nanofilms were carried out in the visible and near infrared spectral ranges, and the difference between computational and experimental spectra is shown to be limited by few percents. Some unusual features of radiation tunneling through the all-dielectric gradient nanostructures,



13. T.Ochiai, U.Leonhardt, J.C.Nacher. – J.Math. Phys., 49, 032903 (2008).
14. A.B.Shvartsburg and A.A.Maradudin. – Waves in Gradient Metamaterials (WSPC, Singapore, 2013).
15. N.F.Abramov, O.D.Volpian, Yu.A.Obod, R.V.Dronskii. Quantum Electron. 43, 791 (2013).
16. T.E.Hartman. – J. Appl. Phys. 33, 3427 (1962).
17. A.B.Shvartsburg, M.Marklund, G.Brodin, L.Stenflo. – Phys. Rev., E 78, 016601 (2008).
18. D. J. Griffiths. Introduction to Electrodynamics (Prentice Hill, NJ, 1999).
19. A.B.Shvartsburg, Yu.A.Obod, A.I.Kuzmichev, O.D.Volpian, Yu.N.Parkhomenko. – Opt. Mater. Express, 4 (11), 2250 (2014).
20. V.S.Olkovsky, E.Recami, J.Jakiel. – Phys. Rep., 398, 133 (2004).
21. F. de Fornel. "Evanescent waves: From Newtonian optics to atomic optics," in Springer Series in Optical Sciences (Springer, Berlin 2001), v.73.
22. R.Y.Chiao and A.M.Steinberg, in Progress in Optics, edited by E. Wolf (Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1997), v.37, p.345.

including the strong dispersion and weak transmittance nearby the red edge of visible range, almost constant high transmittance in the near infrared range and insignificant dependence of tunneling energy flow upon the multilayer structure thickness, were visualized. Possibility of using of gradient nano-optical structures for the analysis of Hartman paradox is noted. The all-dielectric metamaterials provide a basis for dispersion engineering of media with desired spatial dispersion; the perspectives to employ the tunneling-assisted phenomena in gradient metamaterial nanostructures for elaboration of new miniaturized optical dispersive elements and broadband antireflection coatings are considered.

ACKNOWLEDGMENTS

We appreciate Professor V. G. Veselago for the useful discussions. A.S. thanks Professor N. Engheta, N. Silin, and L. Vazquez for their interest to these researches. This work was supported by the Direction of Scientific/Technical Programs, Project No. 14.579.21.0066, and Far Eastern Federal University, Project No. 14-08-2/3-20.